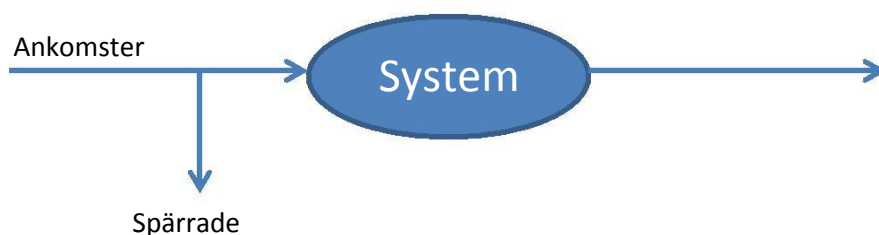


Föreläsning om Köteori i Dator- och telekommunikation

Köteori

Köer och buffertar och vad som händer med dem under olika trafikbelastningar viktiga för att kunna förutsäga hur bra ett nät eller en komponent i ett nät beter sig. Det finns en särskild gren av matematiken som behandlar köer och deras egenskaper: köteori. Här ska vi behandla några enkla kösystem utan att gå in på den (ibland mycket avancerade) matematik som behövs för att göra en noggrann analys av dem. Några samband ska vi dock härleda och några andra ska vi lära oss att använda.

Data- och telenät är exempel på betjäningssystem. Till ett betjäningssystem kommer kunder som får betjäning av betjänare. Om det inte finns några lediga betjänare så kan kunden ibland vänta i en kö. En kund kan vara ett IP-paket i Internet som ska betjänas i en router, ett mobilsamtal som ska betjänas av ett mobilnät eller http-paket som kommer till en webbserver. Grundproblemet visas i denna figur:



Kunder kommer till ett system av något slag. Om systemet är fullt så kanske en kund spärras (spärrton när man ringer t ex). Om kunden får komma in i systemet så blir den så småningom färdigbetjänad och kommer ut igen. Vi antar att inga nya kunder skapas inne i systemet. Ofta är följande frågor intressanta:

- Vad är sannolikheten att en kund spärras?
- Hur lång tid tillbringas en kund i systemet?
- Hur många kunder kan systemet betjäna per tidsenhet under vissa bivillkor?

Vi definierar några storheter som hör ihop med frågorna ovan:

Sannolikheten att en kund **spärras** eller **avvisas**: $P(\text{spärr})$.

Tiden i systemet för en kund som inte har spärrats, T . Denna varierar naturligtvis ofta slumpmässigt och vi är oftast intresserade av att bestämma medelvärdet för T . Kallas ofta för **svarstid**.

Genomströmningen, är medelvärdet av antal kunder som per tidsenhet som blir färdigbetjänade i systemet, betecknas ofta Λ .

Ankomstintensiteten till systemet är medelvärdet av hur många kunder som kommer till systemet per tidsenhet (både de som avvisas och som får komma in i systemet), betecknas ofta λ .

Den **effektiva ankomstintensiteten** till systemet är medelvärdet av hur många som per tidsenhet får komma in i systemet, betecknas ofta λ_{eff} .

I allmänhet så är tiden mellan ankomsterna och betjäningstiderna slumpmässiga. Därför används ofta sannolikhetsteori för att studera betjäningssystem. Vi ska dock inte bli fullt så matematiska i denna kurs.

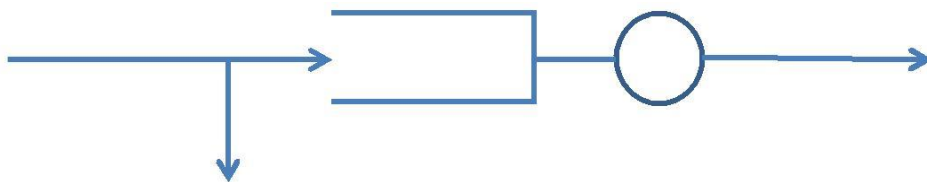
Några exempel på kösystem

Här följer några enkla exempel på betjäningssystem och en kö som beskriver dem. Avsnittet visar också hur man ritar kösystem med cirklar, pilar och köutrymmen.

Webbserver

Till en webbserver kommer begäran om att hämta sidor. Dessa betjänas av servern som skickar tillbaka ett antal filer som kan innehålla text och bilder. En modell som enligt mätningar ger bra resultat är så här enkel:

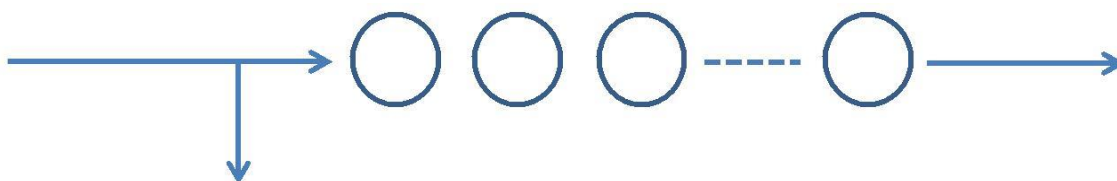
Den runda cirkeln är betjänanaren, i detta fall processorn i servern. Kunder (i det här fallet begäran om att få se en webbsida) kommer till systemet. Om betjänanaren inte är ledig så kan de lagras i köutrymmet och få vänta på att bli betjänade. Om köutrymmet är fullt så avvisas de.



Mobilsystem

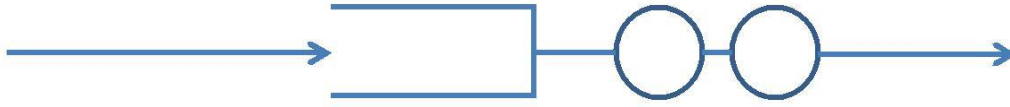
En basstation i ett GSM-nät har ett antal frekvenser. När frekvenserna är slut för att många ringer så spärras nya samtal. Man kan använda följande kösystem för att beskriva detta:

Här är varje radiokanal en betjänares så det finns många betjänare. Kunderna är abonnenter som vill ringa ett telefonsamtal. Det finns inget köutrymme, så när man avvisas så får man inte vänta. Det här var den första slag av kösystem som man studerade.



Charkuteridisk

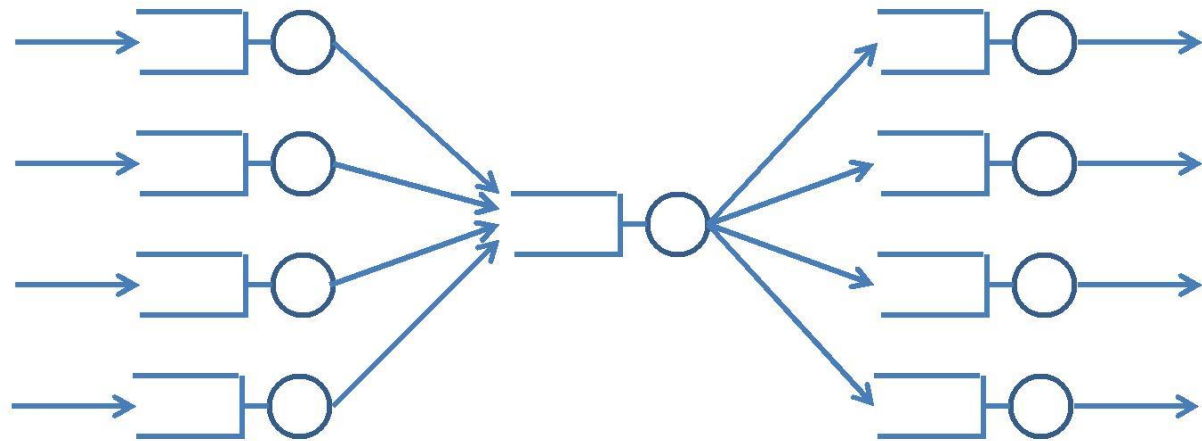
En charkuteridisk med två biträden kan man modellera på följande sätt:



Kunderna avvisas inte utan alla som vill får vänta.

En router

En enkel modell av en router i ett IP-nät kan se ut så här:



Kunderna är här IP-paket. De lagras först i en inbuffert, flyttas sedan till en processor som läser destinationsadressen och konsulterar sin routingtabell och skickas sedan till en utbuffert. Betjänarna i inbufferten kan till exempel ta bort headern på länklagret och betjänarna i utbufferten lägger till en header på länklagret.

Om buffertarna är för stora så kan man få mycket långa fördröjningar när trafiken är hög på grund av långa köer. Om buffertarna är för korta så riskerar man att de blir fulla och att paket inte får plats utan måste kastas. Att hitta en lämplig buffertstorlek är därför viktigt.

Andra tillämpningar

Kösystem används inte bara inom tele- och datakommunikation. Också när man studerar lagerproblem, tillverkningsprocesser, bagagesystem och vägtrafik används kömodeller.

Kömodeller i denna kurs

Vi ska studera enskilda kösystem som består av ett köutrymme och ett antal betjänare. Köutrymmet kan vara oändligt (charkuteridisken), ändligt (webbservern) eller inte finnas alls (GSM-nätet). Det kan finnas en eller fler betjänare. Vi ska också studera könät som är system av flera ihopkopplade köer (routern).

Köteori är teorin för enskilda köer, könätsteori handlar om ihopkopplade köer. Vi ska använda dels matematik (utan att gå in på någon avancerad sannolikhetssteori) och **simulering**, som är en teknik

som är mycket allmängiltig, och kan användas för många problem utanför dator- och telekommunikationsområdet.

Little's sats

Little's sats är ett mycket användbart och enkelt samband. Antag att vi har ett system av något slag och att

N = antal kunder i systemet

T = tiden som en kund tillbringar i systemet

λ_{eff} = antalet kunder som per tidsenhet kommer in i systemet

Om inga kunder vare sig skapas eller förstörs inne i systemet gäller att

$$E(N) = E(T) \cdot \lambda_{eff}$$