Svar till övning 1 i Dator- och telekommunikation

FDM

Uppgift 1
25,2 kHz.

Uppgift 2
$n \cdot f_b + (n-1) \cdot f_v$

Uppgift 3
$B \leq 3000$ Hz

TDM

Uppgift 1
a) 50 Mbps.
b) Om ramen längst till höger är först så blir det [01001][01110][01011][10101][00010][10111][00010][11001]
c) 10 miljoner ramar per sekund.

Uppgift 2
a) 1/120n ms
b) [TEQ][YRW]

Uppgift 3
a) 7
b) 400 000 /s
c) 2,8 Mbps

CDMA

Uppgift 1
Om man använder rekursionsformeln så finner man att

$$W_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Uppgift 2

Det enklaste sättet att bevisa att Walsh-matrisernas rader är ortogonal är med matematisk induktion. För W_2 är det självklart. Antag nu att raderna är ortogonala för W_n. Låt oss kalla raderna i W_n för $r_1 \dots r_n$. Observera att dessa är vektorer! Då gäller att

$$\begin{cases} r_i \cdot r_j = 0 \text{ om } i \neq j \\ r_i \cdot r_i = n \end{cases}$$

Vi har också

$$W_{n+1} = \begin{bmatrix} r_1 & r_1 \\ \vdots & \vdots \\ r_n & r_n \\ r_1 & -r_1 \\ \vdots & \vdots \\ r_n & -r_n \end{bmatrix}$$

Om vi nu tar två olika rader i W_{n+1} så finns följande fall att prova:

1. Man tar två olika rader där bägge kommer från den övre halvan av matrisen. Då får man $(r_i, r_i) \cdot (r_j, r_j) = r_i \cdot r_j + r_i \cdot r_j = 0 + 0 = 0$ eftersom $i \neq j$.

2. Man tar två olika rader där bägge kommer från den undre halvan av matrisen. Då får man $(r_i, -r_i) \cdot (r_j, -r_j) = -r_i \cdot r_j - r_i \cdot r_j = -0 - 0 = 0$ eftersom $i \neq j$.

3. Man tar en rad från övre halvan av matrisen och en rad från under halvan av matrisen. Här får man två varianter:
    a. Om $i \neq j$ så får man $(r_i, r_i) \cdot (r_j, -r_j) = r_i \cdot r_j - r_i \cdot r_j = 0 - 0 = 0$
    b. $(r_i, r_i) \cdot (r_i, -r_i) = r_i \cdot r_i - r_i \cdot r_i = n - n = 0$

I alla fall blir skalärprodukten av två olika rader =0.

Uppgift 3

Resultatet av kodningen blir

$(1, 3, -1, 1)$

Uppgift 4

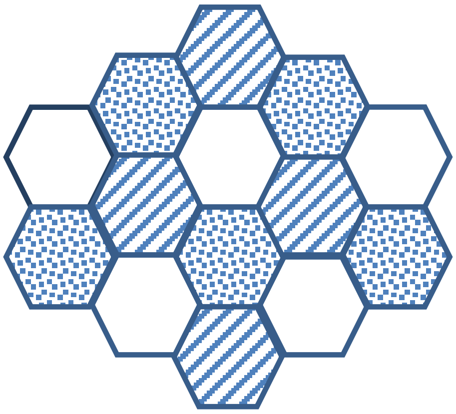
De fyra skalärprodukterna blir:

A: 4 viket betyder att A sände en 1-bit
B:-4 vilket betyder att B sände en 0-bit
C: 4 vilket betyder att C sände en 1-bit
D: 0 vilket betyder att D inte sände något

GSM

Uppgift 1
$\approx 1{,}6\ \mathrm{kHz}$

Uppgift 2
Mönstret kan se ut så här:



Det finns treolika mönster i cellerna och två angränsande celler har inte samma mönster.

GPS

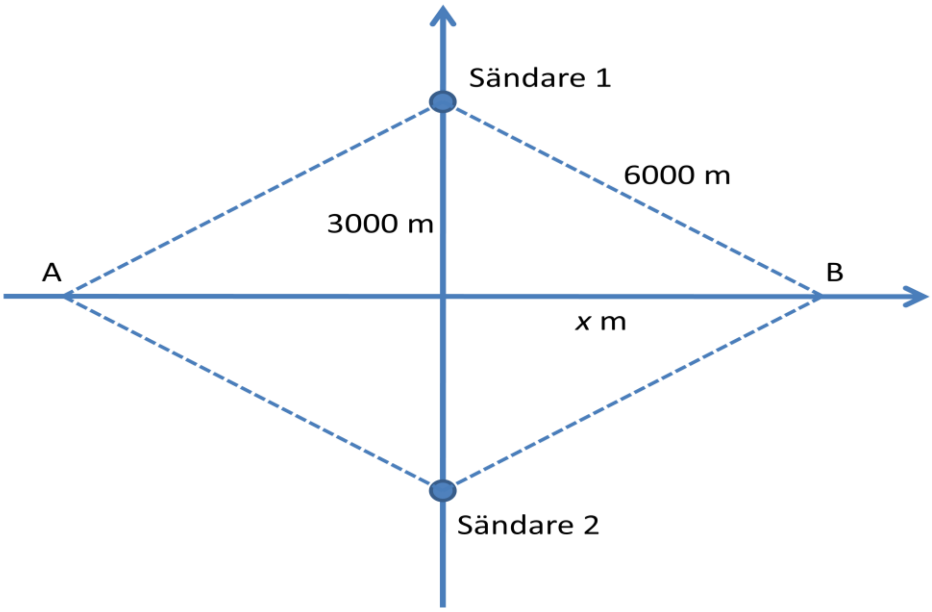
Uppgift 1
Det behövs fyra satelliter. Om man bara har tre satelliter så finns det två olika punkter i vilka mottagaren kan befinna sig.

Uppgift 2
Om man vet att man befinner sig på jordytan så kan jordens medelpunkt ersätta en av satelliterna, således behövs tre satelliter i detta fall.

Uppgift 3
Det behövs tre sändare. Rita en figur!

Uppgift 4
Det tar $76 - 56 = 20\ \mu\mathrm{s}$ för signalen från sändare 1 att nå mottagaren vilket innebär att den finns på avståndet $20 \cdot 300\ \mathrm{m} = 6000\ \mathrm{m}$ eftersom ljusets hastighet är 300 m/μs. Signalen från sändare 2 tar

också tiden 20 μs vilket innebär att den också finns på avståndet 6000 m. Vi kan rita följande figur:



Det finns två punkter i vilka mottagaren kan befinna sig, A och B. Bägge punkterna ligger 6000 m från både sändare 1 och 2. Vi beräknar x-koordinaten för punkten B med Pytagoras sats:

$$x = \sqrt{6000^2 - 3000^2} \approx 5200\text{m}$$

Mottagaren kan alltså ha positionen $(-5200, 0)$ eller $(5200, 0)$.

Uppgift 5

Om man vet att man är nära en mast med positionen $(5000, 100)$ så bör man finnas vid punkten B, åtminstone om cellerna inte är alltför stora.

Uppgift 6

Man får ett antal ekvationer av följande typ:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = (t + \Delta - t_i)^2 c^2$$

Det blir en ekvation för varje sändare.

Uppgift 7

Vi ställer upp tre ekvationer, en för varje sändare:

$$x^2 + y^2 = (\Delta - t_1)^2 c^2 \qquad (1)$$

$$(x + d)^2 + y^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2 \qquad (2)$$

$$(x - d)^2 + y^2 = (\Delta - t_3)^2 c^2 \qquad (3)$$

Om vi utvecklar kvadraterna i högerledet i ekvation (2) och (3) får vi:

$$x^2 + 2dx + d^2 + y^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2$$

$$x^2 - 2dx + d^2 + y^2 = (\Delta - t_3)^2 c^2$$

Summerar vi dessa två ekvationer så får vi:

$$2(x^2 + y^2) + \ 2d^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2 + (\Delta - t_3)^2 c^2$$

Därefter använder vi ekvation (1) för att ta bort $x^2 + y^2$, vilket ger:

$$2(\Delta - t_1)^2 c^2 + 2d^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2 + (\Delta - t_3)^2 c^2$$

Vi förkortar med c^2 för att slippa skriva så mycket och utvecklar kvadraterna:

$$2\Delta^2 - 4\Delta t_1 + 2t_1^2 + \frac{2d^2}{c^2} = \Delta^2 - 2\Delta t_2 + t_2^2 + \Delta^2 - 2\Delta t_3 + t_3^2$$

Vi ser att Δ^2-termerna tar ut varandra. Lite omflyttningar ger sedan:

$$(2t_2 + 2t_3 - 4t_1)\Delta = t_2^2 + t_3^2 - 2t_1^2 - \frac{2d^2}{c^2}$$

Slutligen får vi:

$$\Delta = \frac{t_2^2 + t_3^2 - 2t_1^2 - \frac{2d^2}{c^2}}{2t_2 + 2t_3 - 4t_1}$$

Uppgift 8

17 111 km