

# Lösningar till övning 1 i Dator- och telekommunikation

---

## FDM

### Uppgift 1

Det behövs en bandbredd på  $4 \cdot 6000 + 3 \cdot 400 = 25\,200 \text{ Hz} = 25,2 \text{ kHz}$ .

### Uppgift 2

Bandbredden som behövs är  $n \cdot f_b + (n - 1) \cdot f_v$ .

### Uppgift 3

Om  $B$  är bandbredden för en signal så måste  $5B + 4 \cdot 300 \leq 16\,200 \Rightarrow B \leq 3000 \text{ Hz}$

## TDM

### Uppgift 1

- $5 \cdot 10 \text{ Mbps} = 50 \text{ Mbps}$ .
- Om ramen längst till höger är först så blir det  
[01001][01110][01011][10101][00010][10111][00010][11001]
- 10 miljoner ramar per sekund.

### Uppgift 2

- $1/(3 \cdot 8 \cdot 5000) = 1/120 \text{ ms}$
- [TEQ][YRW]

### Uppgift 3

- 7
- 400 000 per sekund
- $7 \cdot 400 \text{ kbps} = 2,8 \text{ Mbps}$

## CDMA

### Uppgift 1

Om man använder rekursionsformeln så finner man att

$$W_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

## Uppgift 2

Det enklaste sättet att bevisa att Walsh-matrisernas rader är ortogonal är med matematisk induktion. För  $W_2$  är det självklart. Antag nu att raderna är ortogonala för  $W_n$ . Låt oss kalla raderna i  $W_n$  för  $r_1 \dots r_n$ . Observera att dessa är vektorer! Då gäller att

$$\begin{cases} r_i \cdot r_j = 0 \text{ om } i \neq j \\ r_i \cdot r_i = n \end{cases}$$

Vi har också

$$W_{n+1} = \begin{bmatrix} r_1 & r_1 \\ \vdots & \vdots \\ r_n & r_n \\ r_1 & -r_1 \\ \vdots & \vdots \\ r_n & -r_n \end{bmatrix}$$

Om vi nu tar två olika rader i  $W_{n+1}$  så finns följande fall att prova:

1. Man tar två olika rader där bägge kommer från den övre halvan av matrisen. Då får man  $(r_i, r_i) \cdot (r_j, r_j) = r_i \cdot r_j + r_i \cdot r_j = 0 + 0 = 0$  eftersom  $i \neq j$ .
2. Man tar två olika rader där bägge kommer från den undre halvan av matrisen. Då får man  $(r_i, -r_i) \cdot (r_j, -r_j) = -r_i \cdot r_j - r_i \cdot r_j = -0 - 0 = 0$  eftersom  $i \neq j$ .
3. Man tar en rad från övre halvan av matrisen och en rad från under halvan av matrisen. Här får man två varianter:
  - a. Om  $i \neq j$  så får man  $(r_i, r_i) \cdot (r_j, -r_j) = r_i \cdot r_j - r_i \cdot r_j = 0 - 0 = 0$
  - b.  $(r_i, r_i) \cdot (r_i, -r_i) = r_i \cdot r_i - r_i \cdot r_i = n - n = 0$

I alla fall blir skalärprodukten av två olika rader =0.

## Uppgift 3

Resultatet av kodningen blir

$$1 \cdot (1, 1, 1, 1) + (-1) \cdot (1, -1, 1, -1) + 1 \cdot (1, 1, -1, -1) + 0 \cdot (1, -1, -1, 1) = (1, 3, -1, 1)$$

## Uppgift 4

De fyra skalärprodukterna blir:

A:  $(1, 1, 1, 1) \cdot (1, 3, -1, 1) = 1 + 3 - 1 + 1 = 4$  vilket betyder att A sände en 1-bit

B:  $(1, -1, 1, -1) \cdot (1, 3, -1, 1) = 1 - 3 - 1 - 1 = -4$  vilket betyder att B sände en 0-bit

C:  $(1, 1, -1, -1) \cdot (1, 3, -1, 1) = 1 + 3 + 1 - 1 = 4$  vilket betyder att C sände en 1-bit

D:  $(1, -1, -1, 1) \cdot (1, 3, -1, 1) = 1 - 3 + 1 + 1 = 0$  vilket betyder att D inte sände något

## GSM

### Uppgift 1

Det totala frekvensutrymmet är 25 MHz. Denna ska rymma 124 kanaler på vardera 200 kHz. Det betyder att följande frekvensutrymme finns kvar för vaktbanden att dela på:

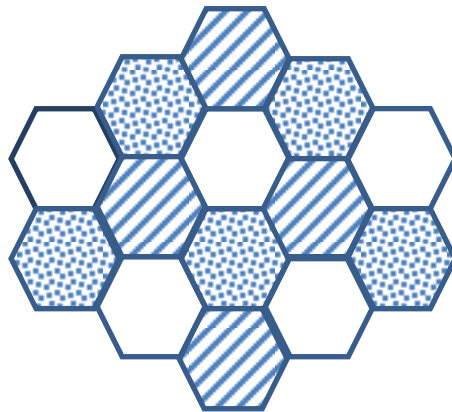
$$25 \text{ MHz} - 124 \cdot 200 \text{ kHz} = 25\,000 \text{ kHz} - 24\,800 \text{ kHz} = 200 \text{ kHz}$$

Om det finns 124 kanaler så finns det 123 mellanrum mellan dem, vilket innebär att det finns 123 vaktband. Då kommer varje vaktband att omfatta:

$$\frac{200 \text{ kHz}}{123} \approx 1,6 \text{ kHz}$$

### Uppgift 2

Mönstret kan se ut så här:



Det finns tre olika mönster i cellerna och två angränsande celler har inte samma mönster.

## GPS

### Uppgift 1

Det behövs fyra satelliter. Om man bara har tre satelliter så finns det två olika punkter i vilka mottagaren kan befinna sig.

### Uppgift 2

Om man vet att man befinner sig på jordytan så kan jordens medelpunkt ersätta en av satelliterna, således behövs tre satelliter i detta fall.

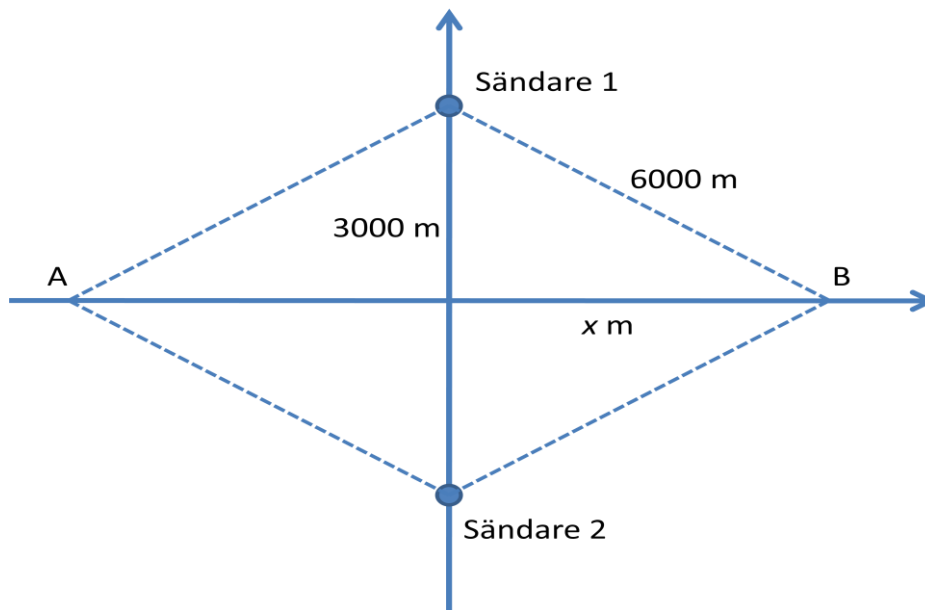
### Uppgift 3

Det behövs tre sändare. Rita en figur!

### Uppgift 4

Det tar  $76 - 56 = 20 \mu\text{s}$  för signalen från sändare 1 att nå mottagaren vilket innebär att den finns på avståndet  $20 \cdot 300 \text{ m} = 6000 \text{ m}$  eftersom ljusets hastighet är  $300 \text{ m}/\mu\text{s}$ . Signalen från sändare 2 tar

också tiden  $20 \mu\text{s}$  vilket innebär att den också finns på avståndet 6000 m. Vi kan rita följande figur:



Det finns två punkter i vilka mottagaren kan befinna sig, A och B. Bägge punkterna ligger 6000 m från både sändare 1 och 2. Vi beräknar x-kordinaten för punkten B med Pytagoras sats:

$$x = \sqrt{6000^2 - 3000^2} \approx 5200\text{m}$$

Mottagaren kan alltså ha positionen  $(-5200, 0)$  eller  $(5200, 0)$ .

### Uppgift 5

Om man vet att man är nära en mast med positionen  $(5000, 100)$  så bör man finnas vid punkten B, åtminstone om cellerna inte är alltför stora.

### Uppgift 6

Man får ett antal ekvationer av följande typ:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = (t + \Delta - t_i)^2 c^2$$

Det blir en ekvation för varje sändare.

### Uppgift 7

Vi ställer upp tre ekvationer, en för varje sändare:

$$x^2 + y^2 = (\Delta - t_1)^2 c^2 \quad (1)$$

$$(x + d)^2 + y^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2 \quad (2)$$

$$(x - d)^2 + y^2 = (\Delta - t_3)^2 c^2 \quad (3)$$

Om vi utvecklar kvadraterna i högerledet i ekvation (2) och (3) får vi:

$$x^2 + 2dx + d^2 + y^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2$$

$$x^2 - 2dx + d^2 + y^2 = (\Delta - t_3)^2 c^2$$

Summerar vi dessa två ekvationer så får vi:

$$2(x^2 + y^2) + 2d^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2 + (\Delta - t_3)^2 c^2$$

Därefter använder vi ekvation (1) för att ta bort  $x^2 + y^2$ , vilket ger:

$$2(\Delta - t_1)^2 c^2 + 2d^2 = (\Delta - t_2)^2 c^2 + (\Delta - t_3)^2 c^2$$

Vi förkortar med  $c^2$  för att slippa skriva så mycket och utvecklar kvadraterna:

$$2\Delta^2 - 4\Delta t_1 + 2t_1^2 + \frac{2d^2}{c^2} = \Delta^2 - 2\Delta t_2 + t_2^2 + \Delta^2 - 2\Delta t_3 + t_3^2$$

Vi ser att  $\Delta^2$ -termerna tar ut varandra. Lite omflyttningar ger sedan:

$$(2t_2 + 2t_3 - 4t_1)\Delta = t_2^2 + t_3^2 - 2t_1^2 - \frac{2d^2}{c^2}$$

Slutligen får vi:

$$\Delta = \frac{t_2^2 + t_3^2 - 2t_1^2 - \frac{2d^2}{c^2}}{2t_2 + 2t_3 - 4t_1}$$

## Uppgift 8

10 timmar är 36 000 sekunder. Det ger

$$36\,000 = 0.01 \cdot d^{1,5} \Rightarrow d = \left(\frac{36000}{0,01}\right)^{1/1,5} \approx 23\,489 \text{ km}$$

Detta är satellitens avstånd till Jordens medelpunkt. För att få höjden över Jordens yta måste vi dra bort avståndet mellan Jordens yta och medelpunkt. Svaret blir då:

$$23\,489 - 6378 = 17\,111 \text{ km}$$