Elektronik för D

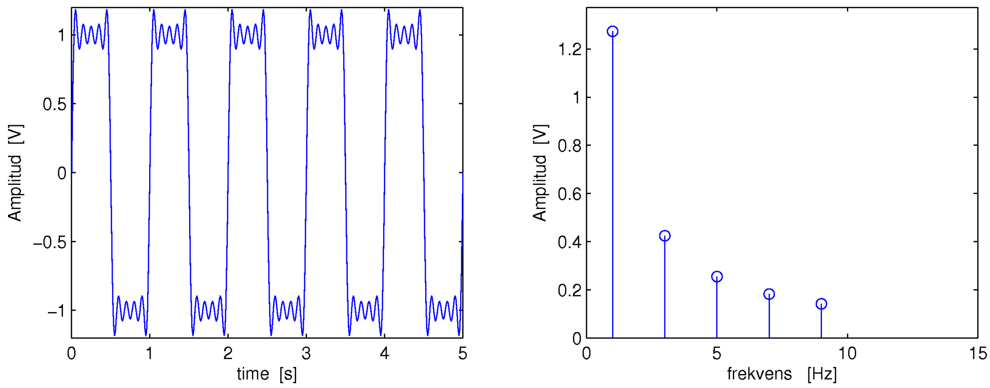
Bertil Larsson
2013-04-03

Sammanfattning föreläsning 12

Mål

Frekvensanalys, överföringsfunktion

Alla periodiska signaler, oavsett hur de ser ut, kan skrivas som summan av ett antal sinussignaler med olika amplitud, frekvens och fas. Man kan t.ex. skapa en fyrkantvåg genom att summera ihop sinusvågor enligt:
$v(t) = A\sin(\omega t) + \frac{A}{3}\sin(\omega t) + \frac{A}{5}\sin(\omega t) + \frac{A}{7}\sin(\omega t) + \frac{A}{9}\sin(\omega t) + \ldots$
Denna matematiska additionsserie kallas för signalens Fourier-serie.



Figur 1: Tids- och frekvensbeskrivning av en signal med grundton och fyra udda övertoner

Signalen kan beskrivas i tidsdomänen då signalen visas på y-axeln i förhållande till tiden på x-axeln. Beskrivningen kan även göras i frekvensdomänen då signalen på y-axeln visas i förhållande till frekvensen på x-axeln. För att få fram hur en signal, vilken som helst, ser ut i frekvensdomänen så använder man Fourier-transformen. Denna transform omvandlar en signal i tidsdomänen till samma signal i frekvensdomänen.

Filter

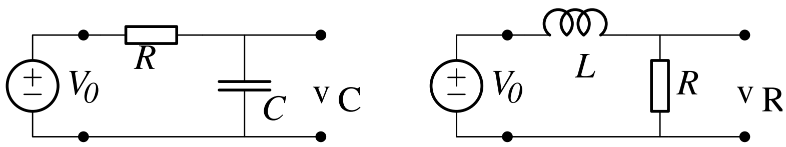
En krets som dämpar vissa frekvenser mycket och andra frekvenser lite kallas för ett filter. Ett filter är en krets med två portar. En in-port där man matar in en signal och en ut-port som skickar ut en signal. För att beskriva vad som händer med en signal i ett filter så beräknar man förhållandet mellan utsignalen och insignalen för alla frekvenser:

$$H(j\omega) = \frac{V_{ut}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)}$$

$H(j\omega)$ kallas då för filtrets överföringsfunktion ("Transfer-function" på engelska) och är då en komplexvärd beskrivning av vad som händer med både signalens amplitud och fas vid olika frekvenser.

Första ordningens filter

Lågpassfilter
Ett filter som har ett reaktivt element, L eller C, kallas en första ordningens krets. En RC- eller RL-krets kallas därför för ett första ordningens filter, se figur 2.



Figur 2: Första ordningens lågpassfilter, RC och RL

Om vi beskriver inspänningen komplext och använder kondensatorns komplexa beskrivning, $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$, så kan vi använda vanlig spänningsdelning för att beräkna den komplexa utspänningen. Överföringsfunktionen för RC-kretsen ovan, blir då:

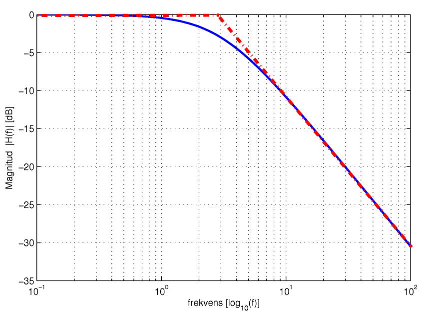
$$H(j\omega) = \frac{V_C(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Om man definierar frekvensen som $f = \frac{\omega}{2\pi}$ och sätter in den i uttrycket för överförings-funktionen, så får man en överföringsfunktion för kretsen i förhållande till frekvensen:
$H(jf) = \frac{1}{1+j2\pi fRC}$
Vi kan nu göra diagram över den här funktionen i förhållande till frekvensen på signalen. Eftersom H(jf) är en komplex funktion så kommer vi att behöva rita två funktioner, en för amplituden, $|H(jf)|$, och en för fasen, $arg(H(jf))$. Det kan vara väldigt stora skillnader i amplitud mellan dämpade och odämpade frekvenser så därför plottar man alltid amplituden i decibelskala. Decibel [dB] är en enhet som mäter förhållandet mellan två storheter, till exempel förhållandet mellan utspänning och inspänning i en krets.

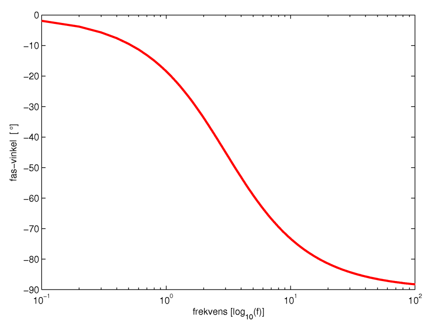
Överföringsfunktioners amplitud anges vanligast i decibel $dB = 20\log|H(jf)|$. Man multiplicerar logaritmen med 20 om det är spänningar, och med 10 om det är effekter som man omvandlar till decibel.

Bode-diagram

Om vi nu plottar amplitudfunktionen i decibel och fasfunktionen i grader, med en logaritmisk skala på x-axeln enligt ovanstående, så kallas detta för ett Bode-diagram, se figur 3. Ett Bode-diagram visar alltså överföringsfunktionen för en krets. Från diagrammet så kan vi se att frekvenserna som är lägre än f_b passerar genom kretsen utan någon större förändring i amplitud, så den här kretsen kallas då för ett Lågpass-filter. Amplitudens funktionskurva bryter av vid frekvensen f_b som kallas för filtrets brytfrekvens.



(a) Amplituddiagram



(b) Fasdiagram

Figur 3: Bodediagrammen, observera skalningen - log-log respektive lin-log.