Elektronik för D

Bertil Larsson
2013-04-02

Sammanfattning föreläsning 10

Mål

Kunna egenskaper för signalers tidsberoende i kondensatorn och i induktorn (spolen)

Övergripande

Kondensatorer och induktorer är vanligt förekommande i all elektronik, inte bara som enskilda komponenter utan som parasiteffekter i t.ex. integrerade kretsar, kablar och i kretskort. Kännedom om signalers beteende i kondensatorer och induktorer ger förståelse för de begränsningar som elektroniken har. T.ex. kan en processor inte arbeta hur snabbt som helst beroende bland annat på parasitkapacitanser och induktanser i bondtrådar. Hur upp- och urladdning sker beskrivs nedan i formler.

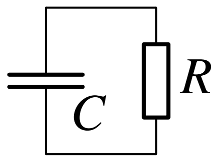
Urladdning av kondensator och induktor igenom en resistans

Kondensatorspänningen beror på hur mycket laddning som finns i kondensatorn och är därmed också ett mått på hur mycket energi som finns lagrad i kondensatorn. Om man vid tiden $t = 0$ har en kondensator med spänningen $V_C(0)$ och ansluter den till en resistor R ändras kondesatorspänningen enligt:

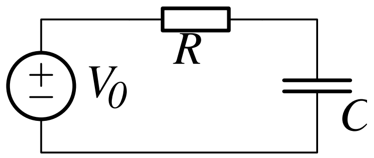
$$v_C(t) = V_C(0)e^{(-t/RC)}$$

dvs den lagrade energin i form av laddning blir med tiden värmeenergi i resistorn. Se figur 1a. Kondensatorn töms på laddningar (=ström) och därmed minskar spänningen. Ekvationen ovan är lösningen till en differentialekvation: $\frac{d}{dt}v_C(t) + \frac{1}{RC}v_C(t) = 0$

I induktorn lagras energin i form av ett magnetfält. Fältets styrka beror på strömmen dvs. strömmen är ett mått på den lagrade energin. Om man vid tiden $t = 0$ har en induktor med strömmen $I_L(0)$ och ansluter den till en



(a) Urladdning, $v_C(0) = V_0$



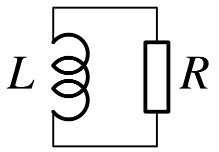
(b) Uppladdning, $v_C(0) = 0$

Figur 1: Urladdning och uppladdning av kondensatorn

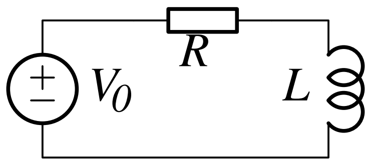
resistor R ändras induktorströmmen enligt:

$$i_L(t) = I_L(0)e^{\{-t/(L/R)\}}$$

se figur 2a. Den lagrade energin i form av ström (magnetfält) blir med tiden värmeenergi i resistorn. Induktorn töms på energi och därmed minskar strömmen. Ekvationen ovan är lösningen till en differentialekvation: $\frac{d}{dt}i_L(t) + \frac{1}{L/R}i_L(t) = 0$



(a) Urladdning, $i_L(0) = I_0$



(b) Uppladdning, $i_L(0) = 0$

Figur 2: Urladdning och uppladdning av kondensatorn

Tidskonstant

I båda fallen finns en parameter som beskriver nätet nämligen tidskonstanten. Tidskonstanten benämns med den grekiska bokstaven tau (τ). För RC-nätet är $\tau = RC$ och för RL-nätet är $\tau = L/R$. Tidskonstanten bestämmer hur snabbt upp- och urladdningsförloppen sker.

Uppladdning av kondensator och induktor via en resistans

Då kondensatorn laddas upp från en konstant spänningskälla, V_0, via en resistor flyter i början mycket ström eftersom kondensatorspänningan är noll (urladdad). Då ligger all spänning över R. Se figur 1b. Efter hand stiger spänningen på kondensatorn och därmed minskar laddningsströmmen som ju bestäms av spänningen över R. När kondensatorn är uppladdad till inspänningen, $v_C(\infty) = V_0$, upphör laddningen helt. Uppladdningen beskrivs av ekvationen:

$$v_C(t) = V_0(1 - e^{(-t/RC)})$$

Då induktorn laddas upp från en konstant spänningskälla, V_0, via en resistor flyter i början ingen ström eftersom induktorströmmen är noll (urladdad). Om strömmen är noll ligger all spänning över induktorn och inget över R. Se figur 2b. Efter hand stiger strömmen i induktorn och därmed minskar spänningen över induktorn och så småningom blir den noll. Induktorn är nu en kortslutning och den maximala strömmen bestäms av $i_L(\infty) = I_0 = V_0/R$. Uppladdningen beskrivs av ekvationen:

$$i_L(t) = I_0(1 - e^{\{-t/(L/R)\}})$$

Dualitet

Kondensatorn och induktorn sägs vara duala d.v.s. de formler som beskriver dem är likartade. Om man kan formlerna för t.ex. kondensatorn så gäller samma formler för induktorn om man byter C mot L och byter plats på i och v. Nedan ser du formlerna som gäller för de båda komponenterna.

$$\begin{array}{ccc} i_C(t) = C\dfrac{dv_C(t)}{dt} & v_C(t) = V_C(0)e^{(-t/RC)} & v_C(t) = V_0(1 - e^{(-t/RC)}) \\ v_L(t) = L\dfrac{di_L(t)}{dt} & i_L(t) = I_L(0)e^{\{-t/(L/R)\}} & i_L(t) = I_0(1 - e^{\{-t/(L/R)\}}) \end{array}$$

Allmänt fall

Om induktorn eller kondensatorn redan vid start av uppladdningen har lagrad energi i form av ström, $I_L(0)$, respektive spänning, $V_C(0)$, tillkommer en urladdningsterm in i de högra ekvationerna ovan:

$$v_C(t) = V_0(1 - e^{(-t/RC)}) + V_C(0)e^{(-t/RC)}$$
$$i_L(t) = I_0(1 - e^{\{-t/(L/R)\}}) + I_L(0)e^{\{-t/(L/R)\}}$$