LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
Inst. for Elektro- och Informationsteknik

SIGNALBEHANDLING I MULTIMEDIA, ETI265
Inlämningsuppgift 1 (av 2), Task 1 (out of 2)

Inlämningstid: Inlämnas senast kl 17.00 fredagen den 5:e maj i kursens fack (ETI265) på vån 3 i E-huset.
[*Complete the task within a week and put it in the course mailbox at the third floor.*]

Observandum: För att underlätta rättningen: [*In order to simplify the correction:*]
-Lös endast en uppgift per blad. [*Only solve one problem per paper sheet.*]
-Skriv namn på samtliga blad. [*Please write your name on every paper sheet.*]
Påståenden måste motiveras via resonemang och/eller ekvationer.
[*Statements must be motivated by reasoning and/or equations.*]
Poäng från inlämningsuppgifterna adderas till tentamensresultatet.
[*The points from the tasks will be added to the examination score.*]
Max Tot. poäng (tentamen + båda inl.uppg) = 5.0 + 0.5 +0.5 = 6.0
[*Max Tot. score (exam + 2 tasks) = 5.0 + 0.5 +0.5 = 6.0*]
Betygsgränser för kursen: 3 (≥3.0p), 4 (≥4.0p), 5 (≥5.0p).
[*Grading; 3 (≥3.0p), 4 (≥4.0p), 5 (≥5.0p).*]

1. Ange vilka av nedanstående påståenden som är korrekta respektive felaktiga!
   [*Indicate which of the following statements are correct and which are false.*]
   (4 rätt av 6 ger 0.1 poäng) [*(4 correct answers out of 6 gives 0.1p)*]

   a) Ett kausalt FIR-filter har alltid fler poler än nollställen!
      [*A causal FIR-filter has always more poles than zeros!*]
   b) Icke-rekursiva system har alla poler i origo!
      [*Non-Recursive systems has all poles in the point of origin!*]
   c) Rekursiva system kan inte vara stabila!
      [*Recursive systems cannot be stable!*]
   d) Ett LTI-system kan inte vara ett "linjär fas"-system!
      [*An LTI-system cannot have a linear-phase function!*]
   e) Ett FIR-filter kan inte vara ett "linjär fas"-system!
      [*An FIR-filter cannot have a linear-phase function!*]
   f) Ett IIR-filter kan inte vara ett "linjär fas"-system!
      [*An IIR-filter cannot have a linear-phase function!*]

2. En tidsdiskret krets beskrivs av differensekvationen,
[*A discrete-time system is described by the following difference-equation,*]

$$y(n) - \frac{3}{4}y(n-1) + \frac{1}{8}y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

a) Rita pol-nollställesdiagram och bestäm systemfunktionen $H(z)$ samt impulssvaret $h(n)$ för kretsen. Avgör om systemet är stabilt! (0.1p)
[*Draw the corresponding pole-zero diagram and determine the systemfunction $H(z)$ together with the impuls response, $h(n)$. Determine if the system is stable!*]
b) Antag att följande signal bildar insignal till systemet,
[*The following signal constitutes the input signal,*]

$$x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n-1)$$

där $u(n)$ är stegfunktionen. Lös differensekvationen genom att använda Z-transformen, dvs bestäm ett slutet uttryck för utsignalen $y(n)$, då systemet är i vila, dvs $y(-1) = y(-2) = 0$. (0.1p)
[*where $u(n)$ is the step function. Solve the difference equation by using the Z-transform, i.e. determine a closed form expression for $y(n)$ when the system is at rest, equivalent to $y(-1) = y(-2) = 0$.*]

3. I figur 1-3 nedan visas fyra pol-nollställediagram samt dess magnitudspektra och fasspektra. (OBS! Det ingår i uppgiften att förstå vilken storhet på x- resp y-axlarna som avses i Fig. 2 och 3.)
[*In figure 1-3 below it is shown four pole-zero plots, the amplitude and phase spectra. (OBS! It is part of the task to understand what are the units on the x- and y-axes in figures 2 and 3.)*]

a) Para ihop rätt pol-nollställediagram A,B,C,D med rätt magnitudspektrum 1,2,3,4! (0.1p)
[*Pair the pole-zero plots (A-D) with the corresponding amplitude spectra (1-4)!*]
b) Para ihop rätt pol-nollställediagram A,B,C,D med rätt fasspektrum I, II, III, IV. (0.1p)
[*Pair the pole-zero plots (A-D) with the corresponding phase spectra (I-IV)!*]

Lycka till!

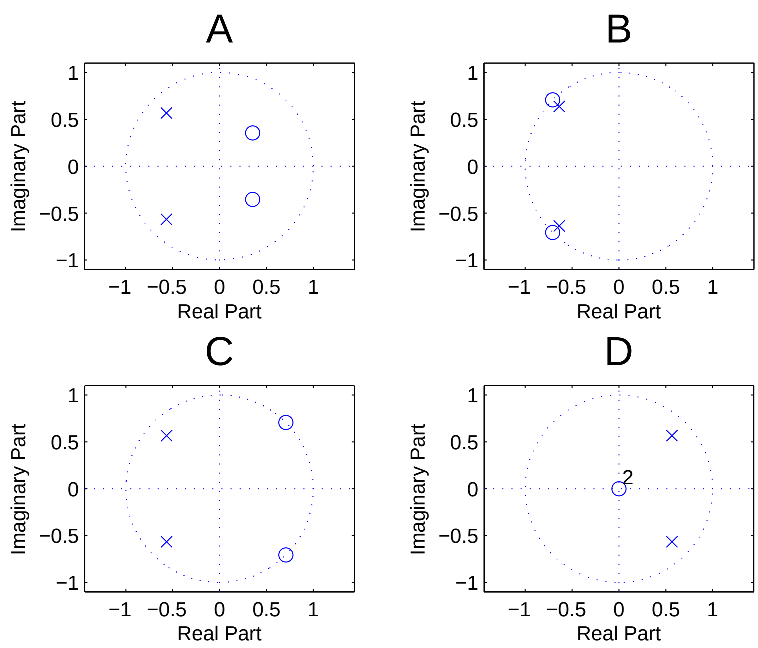

Figure 1: *Pol-nollställediagram A,B,C,D i uppgift 3.*

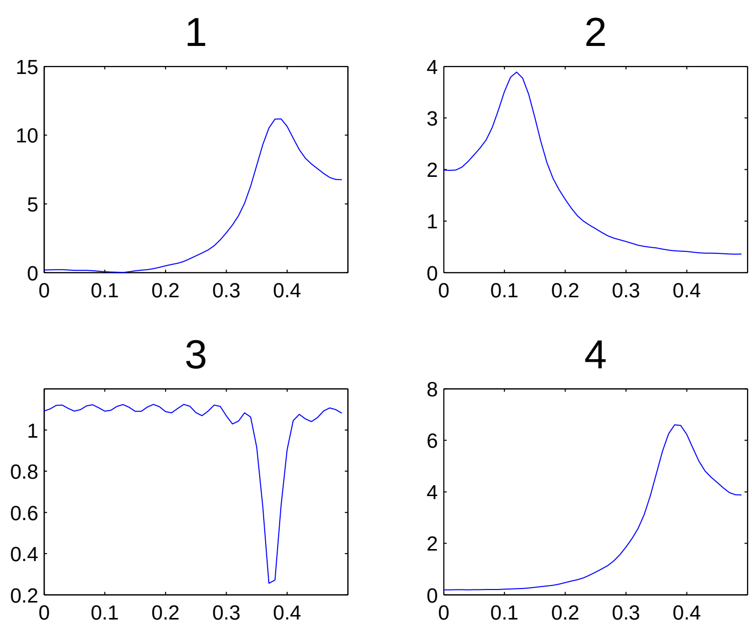

Figure 2: *Magnitudspektrum 1,2,3,4 i uppgift 3.*

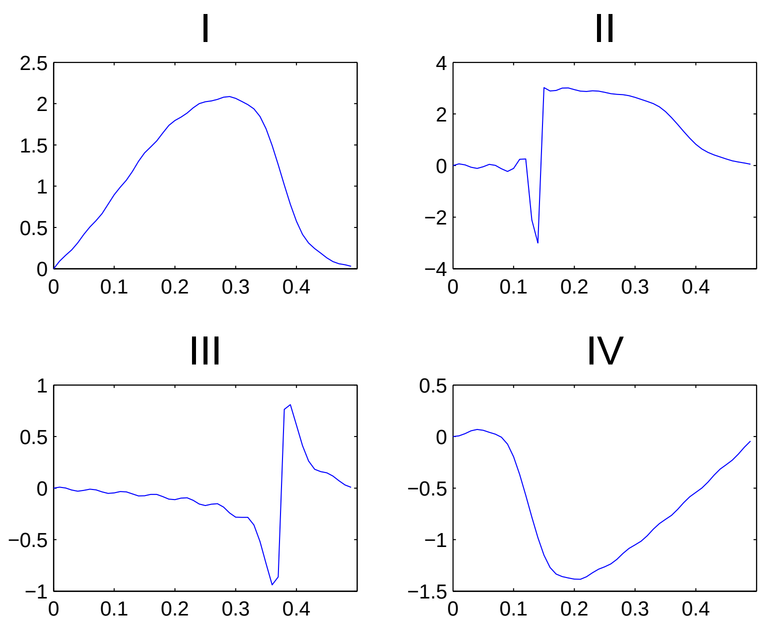

Figure 3: *Fasspektrum I, II, III, IV i uppgift 3.*

SVAR OCH LÖSNINGAR Inlämningsuppgift 1, EIT265, VT2 2015

SVAR 1.

a) Falskt, då ett kausalt FIR filter även kan ha lika många poler som nollställen.

b) Korrekt, nämnarpolynomet har bara en term, $z^{\pm k}$, där k är en heltalskonstant.

c) Falskt, ett rekursivt system (IIR) är stabilt om alla poler är innanför enhetscirkel

d) Falskt, ett symmetriskt (eller antisymmetriskt) impulssvar $h(n)$ ger ett "linjär fas"-system.

e) Falskt, p.s.s som ovan.

f) Korrekt, då ett IIR filter bara kan vara ett noll-fas system (icke kausalt) eller icke-linjär fas-system (kausalt). OBS! En fasfunktion som är lika med noll, anses generellt vara en linjär funktion och då kan man säga att påståendet är Falskt. DVS, båda svaren ger rätt om motiveringen är rätt.

SVAR 2a. Z-transformera differens-ekvationen, det ger

$$Y(z)(1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}) = X(z)(1 + 2z^{-1})$$

$H(z)$ får enligt,

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 2z^{-1}}{1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}}$$

Genom att invers-transformera $H(Z)$ fås impulssvaret $h(n)$. Börja med att partialbråksuppdela $H(z)$, dvs bestäm polerna ur,

$$H(z) = \frac{z^2}{z^2}\frac{1 + 2z^{-1}}{1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{z(z+2)}{z^2 - \frac{3}{4}z^1 + \frac{1}{8}}$$

$$z = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64} - \frac{8}{64}} => \quad p_1 = \frac{1}{2}, \quad p_2 = \frac{1}{4}$$

dvs

$$H(z) = \frac{A}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{B}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}$$

Identifiering (eller handpåläggningsmetoden) ger $A = 10$, $B = -9$ dvs impulssvaret ges av invers Z-transform enligt

$$h(n) = \left(10(\frac{1}{2})^n - 9(\frac{1}{4})^n\right) u(n)$$

Polerna är $p_1 = \frac{1}{2}, \quad p_2 = \frac{1}{4}$, dvs systemet är stabilt (poler innanför enhetscirkeln) och nollställena ges av rötter till täljaren i $H(z)$, enligt

$$z(z+2) = 0 \quad => \quad n_1 = 0, \quad n_2 = -2$$

SVAR 2b. I Z-domän ges utsignalen av $Y(z) = H(z)X(z)$. Bestäm $X(z)$ genom definitionen av Z-transformen

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\frac{1}{3})^n u(n-1)z^{-n}$$

Inför variabelbytet $n' = n - 1$ dvs $n = n' + 1$ vilket ger,

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n'=-\infty}^{\infty} (\frac{1}{3})^{n'+1} u(n') z^{-(n'+1)} = \frac{1}{3} z^{-1} \sum_{n'=0}^{\infty} (\frac{1}{3})^{n'} z^{-n'} \\ &= \frac{1}{3} z^{-1} \frac{1}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}} \end{aligned}$$

Det ger att $Y(z)$ blir

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{1}{3} z^{-1} \frac{(1 + 2z^{-1})}{(1 - \frac{1}{2} z^{-1})(1 - \frac{1}{4} z^{-1})(1 - \frac{1}{3} z^{-1})} \\ &= \frac{1}{3} z^{-1} \left(\frac{A}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}} + \frac{B}{1 - \frac{1}{4} z^{-1}} + \frac{C}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}} \right) \end{aligned}$$

Identifiering (eller handpåläggning) ger $A = 30, B = 27$ och $C = -56$. dvs

$$Y(z) = 10 \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}} + 9 \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-1}} - \frac{56}{3} \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}}$$

och utsignalen (dvs lösningen på diff. ekv.) blir

$$y(n) = \left(10(\frac{1}{2})^{n-1} + 9(\frac{1}{4})^{n-1} - \frac{56}{3}(\frac{1}{3})^{n-1} \right) u(n-1)$$

SVAR 3. A-4-I
B-3-III
C-1-II
D-2-IV