Tentamen i ETE115 Ellära och elektronik, 16/8 2017

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori.
Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

1

Två metallobjekt bildar en kondensator. För att bestämma kapacitansen mellan två metallobjekt kan man mäta den tid det tar att ladda ur kondensatorn enligt

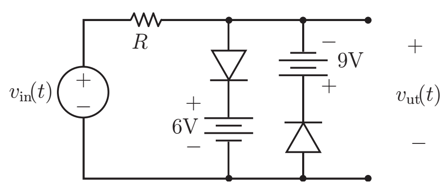
1. Koppla in en voltmeter med hög ingångsresistans (här ca $1\,\mathrm{M\Omega}$) mellan objekten.
2. Mät spänningen, här $v_0 = 10\,\mathrm{V}$. Spänningen minskar inte nämnvärt under tiden voltmetern är inkopplad.
3. Koppla in ett lämpligt motstånd, här $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, parallellt med voltmetern. Nu sjunker spänningen snabbt. Efter tiden $T = 10\,\mathrm{s}$ har den sjunkit till $v_1 = 3\,\mathrm{V}$.

a: Bestäm kapacitansen C. Uttryck svaret i v_0, v_1, T och R.

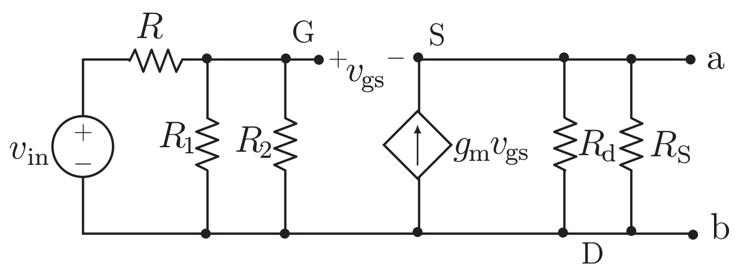
b: Hur mycket energi har totalt absorberats av motståndet R under tiden $0 \leq t \leq T$.

2

Dioder kan användas för att transformera en vågform till en annan.
Spänningen är $v_{\mathrm{in}}(t) = 15\sin(2\pi f t)\,\mathrm{V}$, där $f = 1\,\mathrm{kHZ}$.
Beräkna maximum och minimum och skissa utsignalen $v_{\mathrm{ut}}(t)$ för tiden $0 \leq t \leq 2\,\mathrm{ms}$. Använd axlar med enheter ms och V.
Dioderna kan anses vara ideala.

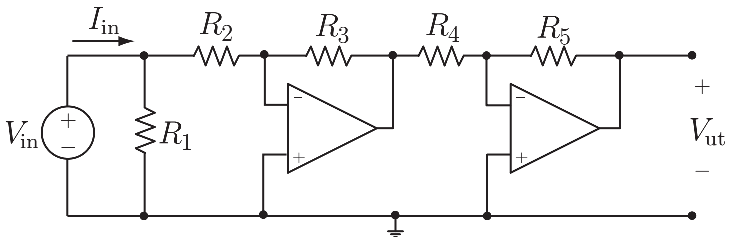


3



Småsignalmodellen för en spänningsföljarkoppling med en fälttransistor visas i figuren.
Bestäm Théveninekvivalenten med avseende på nodparet ab.
Använd $R_G = R_1 // R_2$ och $R_L = R_d // R_S$ för att förenkla räkningarna.

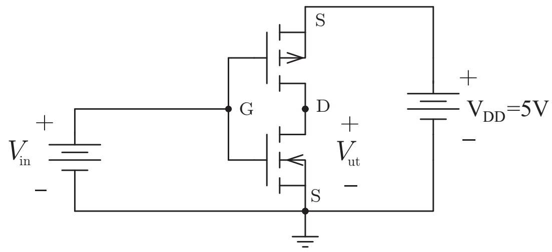
4



Bestäm förstärkningen V_{ut}/V_{in} och ingångsimpedansen $Z_{in} = V_{in}/I_{in}$ för kopplingen i figuren. Resistanserna $R_1, ...R_5$ är kända och operationsförstärkarna kan anses vara ideala.

5

Figuren visar en koppling med en NMOS (med $V_{t0} = 1\,\mathrm{V}$) och en PMOS (med $V_{t0} = -1\,\mathrm{V}$) transistor. Vi antar också att NMOS och PMOS transistorerna har identiska K. Bestäm utsignalen V_{ut} och ange i vilka arbetsområden (strypt, linjärt eller mättnads) transistorerna är i då



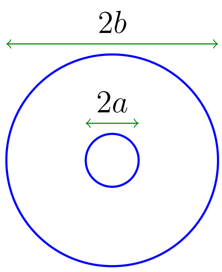
a: $V_{in} = 0\,\mathrm{V}$

b: $V_{in} = 2.5\,\mathrm{V}$

c: $V_{in} = 5\,\mathrm{V}$

6

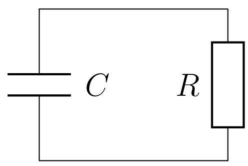
Betrakta en koaxialkabel med radie a på innerledaren och radie b på ytterledaren. Du kan anta fri rymd ($\epsilon = \epsilon_0$ och $\mu = \mu_0$) mellan ledarna.
Bestäm den upplagrade magnetiska energin i koaxialkabeln över en längd, ℓ, med ström, i, på innerledaren och $-i$ på ytterledaren.
Observera att du ska härleda energin och att det inte är tillräckligt att använda uttrycket för koaxialkabelns induktans i formelsamlingen.



Lösningar

1

a: Kondensatorn laddas ur som (lös tex med Laplace eller integrerande faktor)



$$v(t) = v(0)\mathrm{e}^{-t/RC} = v_0\mathrm{e}^{-t/RC} = v_1 \quad \text{vid } t = T.$$

Lös ut C

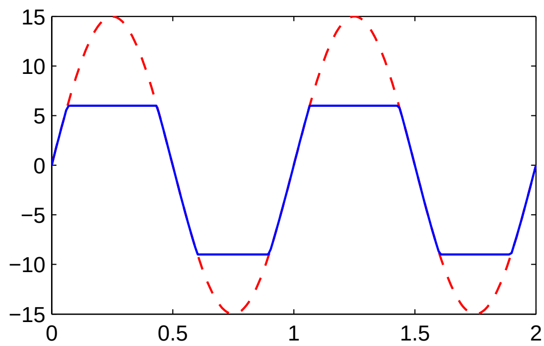
$$C = \frac{T}{R \ln \frac{v_0}{v_1}}$$

b: Den absorberade effekten är skillnaden mellan den upplagrade effekten vid $t = 0$ och $t = T$ (kan också beräknas genom att integrera effektutvecklingen i R). Den ges av

$$\frac{C(v_0^2 - v_1^2)}{2}$$

2

Spänningen över en diod kan inte vara positiv. Den första grenen ger därmed att $v_{\mathrm{ut}}(t) \leq 6\,\mathrm{V}$. Den andra grenen ger $v_{\mathrm{ut}}(t) \geq -9\,\mathrm{V}$. Utsignalen är därmed insignalen begränsad till intervallet $[-9\,\mathrm{V}, 6\,\mathrm{V}]$.



3

Tomgångsspänningen bestäms med nodanalys

$$\frac{v_{\mathrm{ab}} + v_{\mathrm{gs}} - 0}{R_{\mathrm{G}}} + \frac{v_{\mathrm{ab}} + v_{\mathrm{gs}} - v_{\mathrm{in}}}{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{gs}} = \frac{v_{\mathrm{in}}}{1 + \frac{R}{R_{\mathrm{G}}}} - v_{\mathrm{ab}}$$

och

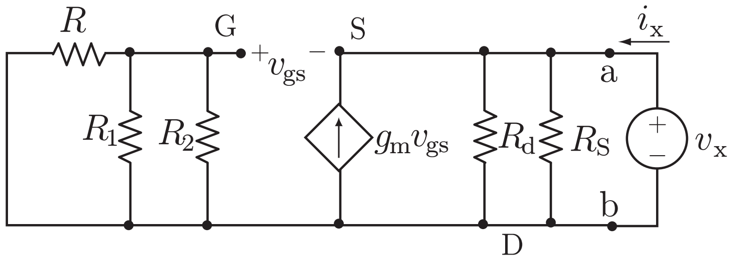
$$\frac{v_{\mathrm{ab}} - 0}{R_{\mathrm{L}}} - g_{\mathrm{m}}v_{\mathrm{gs}} \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{ab}} = g_{\mathrm{m}}v_{\mathrm{gs}}R_{\mathrm{L}}$$

tillsammans

$$v_{\mathrm{ab}} = \frac{g_{\mathrm{m}}v_{\mathrm{in}}R_{\mathrm{L}}}{1 + \frac{R}{R_{\mathrm{G}}}} - g_{\mathrm{m}}v_{\mathrm{ab}}R_{\mathrm{L}}$$

och därmed

$$v_{\mathrm{ab}} = \frac{g_{\mathrm{m}}v_{\mathrm{in}}R_{\mathrm{L}}}{\left(1 + \frac{R}{R_{\mathrm{G}}}\right)(1 + g_{\mathrm{m}}R_{\mathrm{L}})}$$



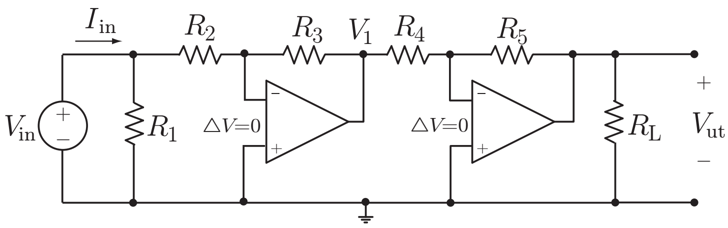
Resistansen bestäms genom att nollställa källan och koppla in en spänningskälla mellan ab, se figur. Eftersom det inte finns någon källa i den vänstra delen av kretsen är $v_{gs} = -v_x$. Nodanalys på den högra delen ger

$$-i_x + \frac{v_x - 0}{R_L} - g_m v_x = 0$$

och därmed

$$R_{ab} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{g_m + \frac{1}{R_L}}$$

4



Ideala operationsförstärkare med negativ återkoppling ger att ingångsspänningen på operationsförstärkarna är noll och därmed har de också potential lika med noll (jordade).

Använder nodanalys

$$\frac{0 - V_{in}}{R_2} + \frac{0 - V_1}{R_3} = 0 \Longrightarrow V_1 = -\frac{R_3}{R_2} V_{in}$$

och

$$\frac{0 - V_1}{R_4} + \frac{0 - V_{ut}}{R_5} = 0 \Longrightarrow -\frac{R_5}{R_4} V_1 = \frac{R_5 R_3}{R_4 R_2} V_{in}$$

Vilket ger förstärkningen

$$A = \frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{R_5 R_3}{R_4 R_2}$$

Kan också använda att kopplingen består av två identiska inverterande förstärkare.

Ingångsimpedansen ges av

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Utgångimpedansen ges av impedansen i Théveninekvivalenten på utgången. Uträkningen ovan visar att utsignalen är oberoende av lasten R_L (förutsätter dock negativ återkoppling $R_L > R_5$) och därmed

$$Z_{ut} = 0$$

5

a: med $V_{\text{in}} = 0\,\text{V}$ så är $V_{\text{GS}} = 0 < V_{\text{t0}}$ (strypt) för NMOS och $V_{\text{GS}} = -5 < V_{\text{t0}}$ för PMOS så $V_{\text{ut}} = 5\,\text{V}$. NMOS är strypt och PMOS är i det linjära området ($v_{\text{DS}} = 0\,\text{V} \geq -4\,\text{V}$).

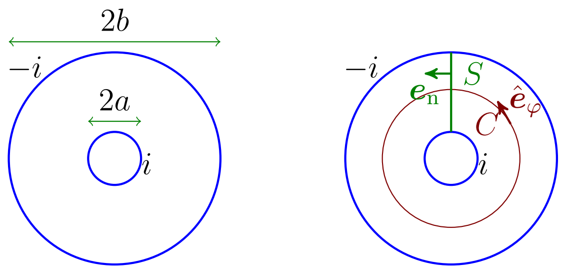
b: med $V_{\text{in}} = 2.5\,\text{V}$ så är $V_{\text{GS}} = 2.5 > V_{\text{t0}}$ för NMOS och $V_{\text{GS}} = -2.5 < V_{\text{t0}}$ för PMOS så båda leder ström. Eftersom vi antagit att de är lika kommer spänningen att fördelas lika över NMOS och PMOS transistorerna så $V_{\text{ut}} = 2.5\,\text{V}$. NMOS och PMOS är i mättnadsområdet. För NMOS, $v_{\text{DS}} = 2.5\,\text{V} \geq 2.5 - 1\,\text{V} = 1.5\,\text{V}$.

c: med $V_{\text{in}} = 5\,\text{V}$ så är $V_{\text{GS}} = 5 > V_{\text{t0}}$ för NMOS och $V_{\text{GS}} = 0 > V_{\text{t0}}$ (strypt) för PMOS så $V_{\text{ut}} = 0\,\text{V}$. PMOS är strypt och NMOS är i det linjära området ($v_{\text{DS}} = 0\,\text{V} \leq 4\,\text{V}$).

Figuren visar en inverterare.

6

1. Låt innerledaren ha strömmen i och ytterledaren strömmen $-i$.



2. Symmetrin medför att den magnetiska fältstyrkan $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ är riktad i $\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi$-riktning och beror enbart på avståndet $r_{\text{c}} = |\boldsymbol{r}_{\text{c}}|$ (från mittlinjen av koaxialkabeln). Magnetfältet kan därmed skrivas på formen

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = H(r_{\text{c}})\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi$$

3. Omslut innerledaren med en cirkel med radie $r_{\text{c}1}$ och använd Ampères lag

$$i = \oint_C \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^{2\pi} H(r_{\text{c}1})\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_\varphi r_{\text{c}1}\,\mathrm{d}\varphi = H(r_{\text{c}1})2\pi r_{\text{c}1}$$

vilket ger $\boldsymbol{H}$-fältet

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \frac{i}{2\pi r_{\text{c}}}\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi \quad \text{för } a \leq r_{\text{c}} \leq b$$

4. beräknas energin genom att integrera $\frac{1}{2}\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{H}$ mellan inner- till ytterledaren över en längd ℓ:

$$w_{\text{m}} = \frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{H}\,\mathrm{d}V = \frac{\mu_0}{2}\int_{r_{\text{c}}=a}^{b} |\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})|^2 \underbrace{\ell 2\pi r_{\text{c}}\,\mathrm{d}r_{\text{c}}}_{\mathrm{d}V}$$
$$= \frac{\ell\mu_0 i^2}{4\pi}\int_{r_{\text{c}}=a}^{b} \frac{1}{r_{\text{c}}}\,\mathrm{d}r_{\text{c}} = \frac{i^2\ell\mu_0}{4\pi}\big[\ln r_{\text{c}}\big]_a^b = \frac{i^2\ell\mu_0}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$