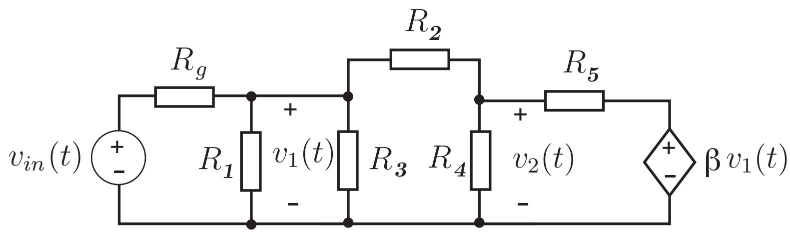
Tentamen i ETE115 Ellära och elektronik, 10/1 2015

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori.

Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

1

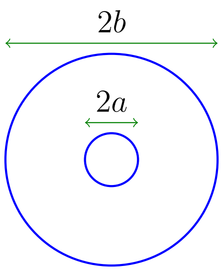


Bestäm ett ekvationssystem ur vilket spänningarna $v_1(t)$ och $v_2(t)$ kan lösas. Ekvationssystemet skall skrivas på formen

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

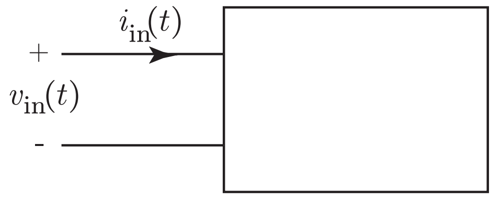
Spänningarna $v_1(t)$ och $v_2(t)$ får inte ingå i elementen a_{ij} och b_j. Spänningen $v_{\text{in}}(t)$ antas vara känd.

2



Bestäm kapacitansen per längdenhet för en koaxialkabel. Innerledaren har radie a och ytterledaren radie b.

3



I tvåpolen finns en koppling med ett motstånd med resistansen R, en kondensator med kapacitansen C och en spole med induktansen L. Alla tre komponenterna kan antas vara ideala. Två mätningar genomförs:

1) En likspänningskälla med spänningen 10 V kopplas in. Strömmen i_{in} är då noll.

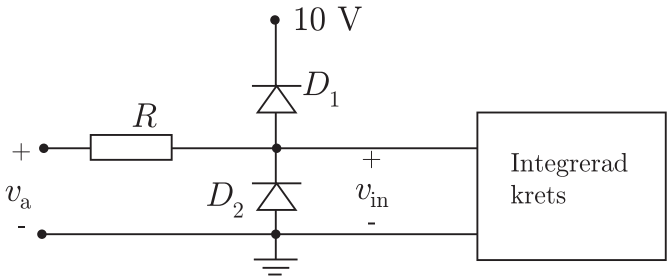
2) En funktionsgenerator kopplas in och ställs in så att inspänningen är $v_{\text{in}}(t) = 10\cos(\omega t)$ V. För mycket höga frekvenser är $i_{\text{in}}(t) = 2\cos(\omega t)$ mA.

a) Rita ett kretsschema som visar hur de tre komponenterna är kopplade.

b) Bestäm R.

c) Bestäm ett uttryck för den komplexa strömmen I_{in} uttryckt i den komplexa inspänningen V_{in}, vinkelfrekvensen ω, R, L och C. Kontrollera att uttrycket stämmer med mätvärdena då $\omega = 0$ och $\omega \to \infty$.

4

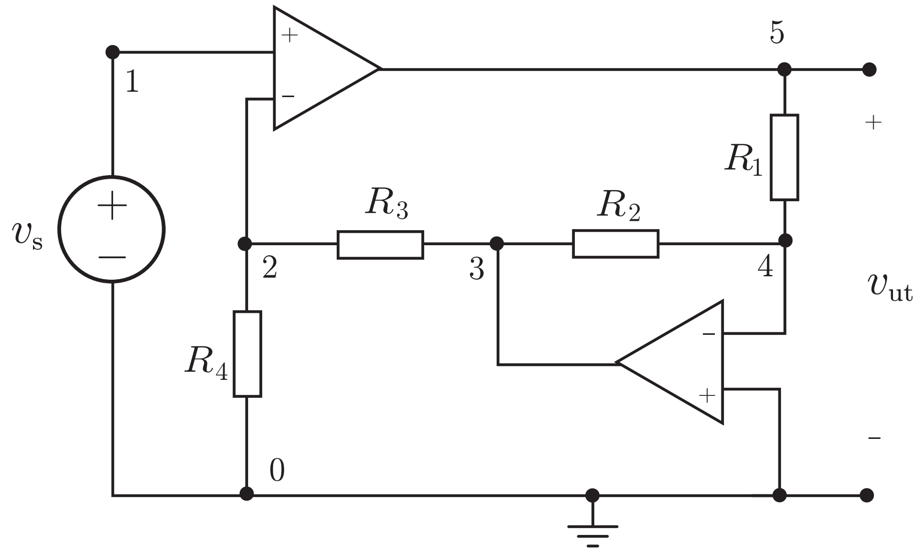


Figuren visar en krets som brukar användas för att skydda integrerade kretsar mot spänningspulser. Dioderna D_1 och D_2 har framspänningsfallet $V_{\text{D}} = 0.6$ V och tål maximalt en ström $i_{\text{D}} = 100$ mA i framåtriktningen innan de förstörs. Ingångsresistansen till den integrerade kretsen är oändlig.

a) Vad är maximala och minimala värdena på v_{in} så länge dioderna är hela?

b) Bestäm det minsta värdet resistansen R kan ha för att dioderna inte skall förstöras då $v_{\text{a}} = 100$ V.

5

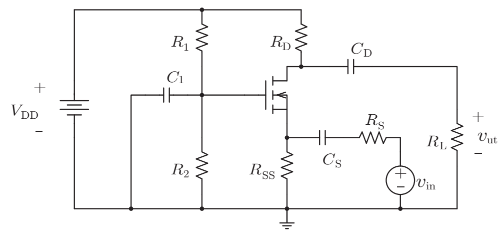


Figuren visar en krets med två operationsförstärkare. Bestäm utsignalen v_ut.

Resistanserna R_n, $n = 1, 2, 3, 4$ och spänningen v_s är givna. Operationsförstärkarna kan anses vara ideala och noderna är numrerade 0 till 5.

6

Figuren visar en 'common gate' förstärkare med en NMOS transistor. Likspänningskällan V_DD och motstånden R_1, R_2, R_SS är valda så att transistorn är i mättnadsområdet. Insignalen $v_\mathrm{in}(t) = V_\mathrm{in}\cos(\omega t)$ är vald så att $|V_\mathrm{in}| \ll V_\mathrm{DD}$ och så att kopplingskapacitansernas impedanser kan försummas. Tröskelspänningen $V_\mathrm{t} \ll V_\mathrm{DD}$ och konstanten K för transistorn är kända.



a) Rita kretsschemat för likspänningen V_DD (storsignalschemat).

b) Bestäm ekvationerna för de två kurvor i $\{V_\mathrm{GS}, I_\mathrm{D}\}$-planet vars skärningspunkt ger arbetspunkten, dvs V_GSQ och I_DQ.

c) Skissa de två kurvor i $\{V_\mathrm{GS}, I_\mathrm{D}\}$-planet vars skärningspunkt ger arbetspunkten, dvs V_GSQ och I_DQ.

d) Rita kretsschemat för småsignalerna v_in, v_ut (r_d kan antas vara oändlig).

e) Bestäm g_m. V_GSQ och I_DQ kan anses vara kända.

f) Bestäm v_ut.

Lösningar

1

Det finns tre väsentliga noder. Vi väljer den understa till referensnod. Noden för $v_1(t)$ ger

$$\frac{v_1(t) - v_{\text{in}}(t)}{R_{\text{g}}} + \frac{v_1(t)}{R_1} + \frac{v_1(t)}{R_3} + \frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_2} = 0$$

Noden för $v_2(t)$ ger

$$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_2} + \frac{v_2(t)}{R_4} + \frac{v_2(t) - \beta v_1(t)}{R_5} = 0$$

Ekvationssystemet ges av

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{\text{g}}} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_5} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v_{\text{in}}(t)}{R_{\text{g}}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

2

Kapacitans $C = \frac{q}{v_{\text{ab}}}$. Låt innerledaren ha laddning q och ytterledaren laddning $-q$ på en längd ℓ av koaxialkabeln.

Symmetrin medför att den elektriska flödestätheten $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ är riktad i radiens riktning $\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}}$ och beror endast på avståndet $r_\text{c} = |\boldsymbol{r}_\text{c}|$ (från mittlinjen av koaxialkabeln):

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = D(r_\text{c})\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}}$$

Symmetrin $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = D(r_\text{c})\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}}$.

Omslut (delar av) innerledaren med en cylinder med längd ℓ och radie $r_{\text{c}1}$. Använd Gauss lag (där S_1, S_2 och S_3 betecknar kortsidorna och mantelytan av den omslutande cylindern)

$$q = \oint_S \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{e}_\text{n}(\boldsymbol{r})\,\text{d}S = \oint_{S_1+S_2+S_3} \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{e}_\text{n}(\boldsymbol{r})\,\text{d}S$$
$$= \int_{r_\text{c}=r_{\text{c}1}} D(r_\text{c})\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}} \cdot \boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}}\,\text{d}S = D(r_{\text{c}1})\ell 2\pi r_{\text{c}1}$$

eftersom enbart mantelytan bidrar och därmed

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{2\pi r_\text{c}\ell}\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}} \quad \text{för } a \le r_\text{c} \le b$$

Gauss lag: $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{2\pi r_\text{c}\ell}\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}}$ för $a \le r_\text{c} \le b$.

E-fältet ges av $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}/\epsilon_0$ och spänningen från att integrera E-fältet från inner- till ytterledaren:

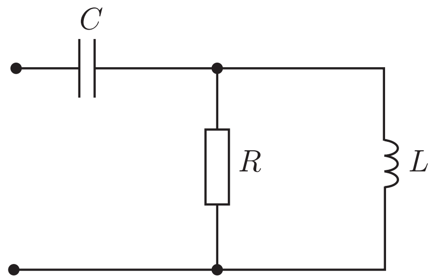
$$v_{\text{ab}} = \int_{r_\text{c}=a}^{b} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \text{d}\boldsymbol{r} = \int_{r_\text{c}=a}^{b} E(r_\text{c})\boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}} \cdot \boldsymbol{e}_{\text{r}_\text{c}}\,\text{d}r_\text{c}$$
$$= \int_a^b E(r_\text{c})\,\text{d}r_\text{c} = \int_a^b \frac{q}{\epsilon_0 \ell 2\pi r_\text{c}}\,\text{d}r_\text{c} = \frac{q}{\epsilon_0\ell 2\pi}\left[\ln r_\text{c}\right]_a^b = \frac{q}{\epsilon_0 \ell 2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

Kapacitans per längdenhet

$$\frac{C}{\ell} = \frac{q}{v_{\text{ab}}\ell} = \frac{\epsilon_0 2\pi}{\ln\frac{b}{a}}$$

3

a)



b) $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{10}{0.002} = 5\ \mathrm{k}\Omega$

c) $Z = \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \dfrac{\mathrm{j}\omega LR}{R + \mathrm{j}\omega L} = \dfrac{R + \mathrm{j}\omega L - \omega^2 LRC}{\mathrm{j}\omega C(R + \mathrm{j}\omega L)}$ och

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{\mathrm{j}\omega C(R + \mathrm{j}\omega L)}{R + \mathrm{j}\omega L - \omega^2 LRC} V$$

Då $\omega = 0$ fås $|I| = 0$ och när $\omega \to \infty$ fås $I = \dfrac{V}{R}$.

4

a) D_1 ser till att v_{in} är mindre än 10.6 V och D_2 att v_{in} är större än -0.6 V. Maximala värdet är alltså 10.6 V och minimala värdet -0.6 V.

b) Då v_{a} är 100 V släpper D_1 igenom ström. Därmed är $v_{\mathrm{in}} = 10.6$ V. Spänningen över R är därmed 89.4 V. För att strömmen skall vara högst 100 mA krävs att resistansen är större än $R = \dfrac{89.4}{0.1} = 894\,\Omega$.

5

De ideala operationsförstärkarna ger först att $v_2 = v_{\mathrm{s}}$ och $v_4 = 0$.

Nodanalys i noderna 2 och 4 ger.

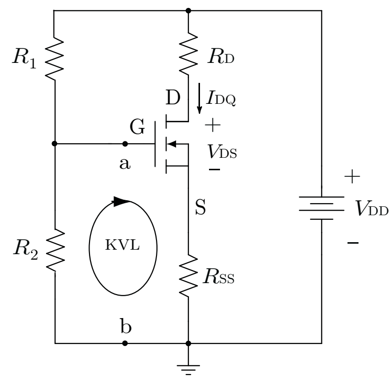
$$\frac{v_{\mathrm{s}} - v_3}{R_3} + \frac{v_{\mathrm{s}} - 0}{R_4} = 0 \Rightarrow v_3 = \left(\frac{R_3}{R_4} + 1\right) v_{\mathrm{s}}$$

och

$$\frac{0 - v_{\mathrm{ut}}}{R_1} + \frac{0 - v_3}{R_2} = 0 \Rightarrow v_{\mathrm{ut}} = -\frac{R_1}{R_2} v_3 = -\frac{R_1}{R_2}\left(\frac{R_3}{R_4} + 1\right) v_{\mathrm{s}}$$

6

a) Kretsschemat visas i figuren.



b) Arbetspunkten, Q, för transistorn kan bestämmas med belastningslinjen. KVL längs slingan i figuren ger

$$V_G - V_{GS} - I_D R_{SS} = 0$$

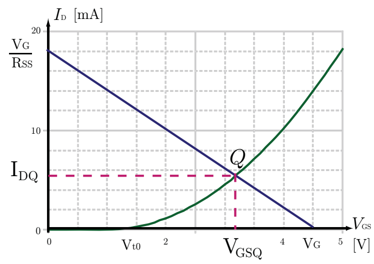
där

$$V_G = V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

är potentialen i G. Sambandet i mättnadsområdet är

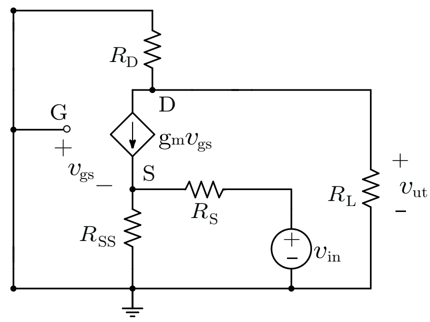
$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2$$

Lösningen av ekvationssystemet ger arbetspunkten I_{DQ}, V_{GSQ}.



c) Se figur.

d) Se figur.



e) $g_m = 2K(V_{GSQ} - V_t)$.

f) Utsignalen ges av nodanalys. KCL på nod S

$$\frac{-v_{gs} - 0}{R_{SS}} + \frac{-v_{gs} - v_{in}}{R_S} - g_m v_{gs} = 0$$

ger

$$v_{gs} = \frac{-v_{in}}{\frac{R_S}{R_{SS}} + 1 + R_S g_m} \tag{1}$$

och KCL på nod D

$$\frac{v_{ut} - 0}{R_D} + \frac{v_{ut} - 0}{R_L} + g_m v_{gs} = 0$$

med lösning

$$v_{ut} = -g_m v_{gs} \frac{R_D R_L}{R_D + R_L} = \frac{v_{in} g_m}{\frac{R_S}{R_{SS}} + 1 + R_S g_m} \frac{R_D R_L}{R_D + R_L}$$