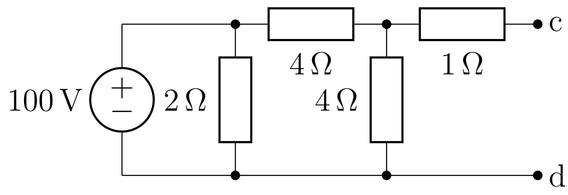
Tentamen i ETE115 Ellära och elektronik, 25/8 2014

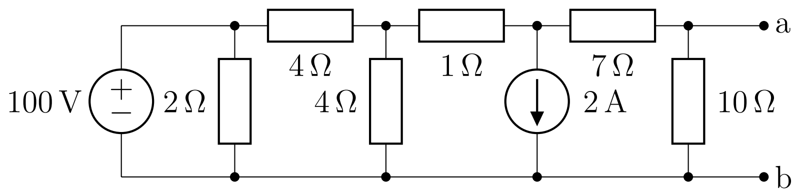
Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori.

Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

1



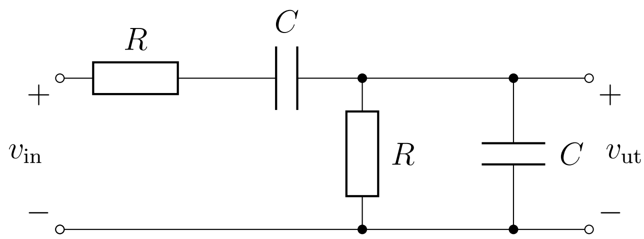
(a) Bestäm Théveninekvivalenten med avseende på nodparet cd.



(b) Bestäm Théveninekvivalenten med avseende på nodparet ab.

(c) Bestäm Nortonekvivalenten med avseende på nodparet ab.

2

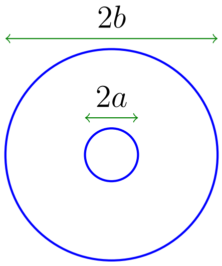


Figuren visar ett wienerfilter med insignal $v_{\text{in}}(t) = V_{\text{in}} \cos(\omega t)$ och utsignal $v_{\text{ut}}(t) = \text{Re}\{V_{\text{ut}} e^{j\omega t}\}$.

(a) Bestäm överföringsfunktionen $H(\omega) = V_{\text{ut}}/V_{\text{in}}$.

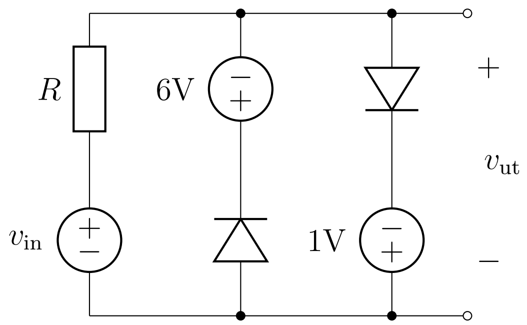
(b) Bestäm vinkelfrekvensen ω och överföringsfunktionen $H(\omega)$ för vilka V_{ut} och V_{in} är i fas.

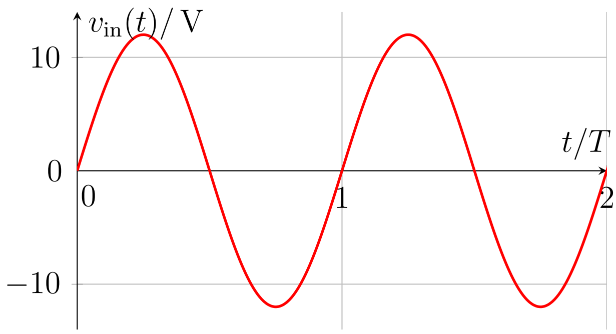
3



Bestäm induktansen per längdenhet för en koaxialkabel. Innerledaren har radie a och ytterledaren radie b.

4





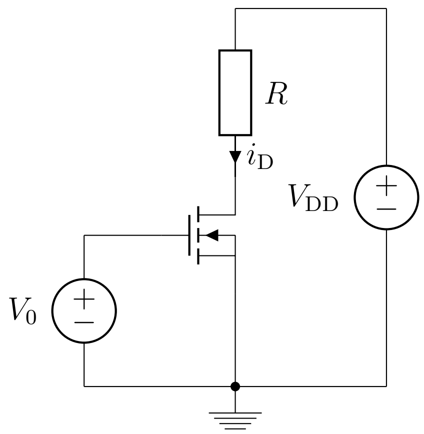
Bestäm utsignalen $v_{\text{ut}}(t)$ för $0 \le t \le 2T$ då $v_{\text{in}}(t) = 12\sin(\omega t)\,\text{V}$, $T = 1/f$, $\omega = 2\pi f$ och dioderna är ideala.

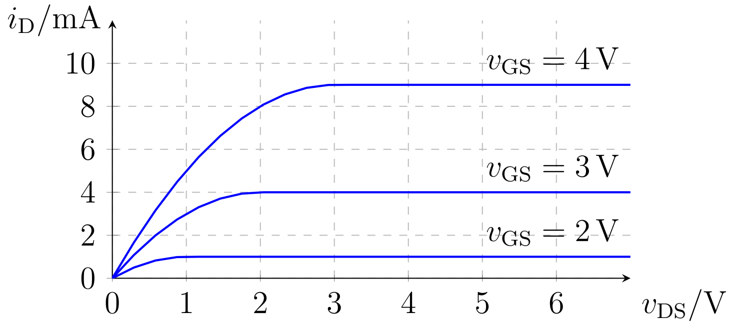
5

I kretsen nedan är $V_{\mathrm{DD}} = 5\,\mathrm{V}$ och $V_0 = 3\,\mathrm{V}$. Transistorn har tröskelspänningen $V_\mathrm{t} = 1\,\mathrm{V}$ och karakteristik enligt diagrammet. Rita av karakteristiken och lös problemet med en grafisk metod. Vad är i_D, och i vilket arbetsområde befinner sig transistorn, i följande fall?

(a) $R = 0.5\,\mathrm{k\Omega}$.

(b) $R = 2.5\,\mathrm{k\Omega}$.



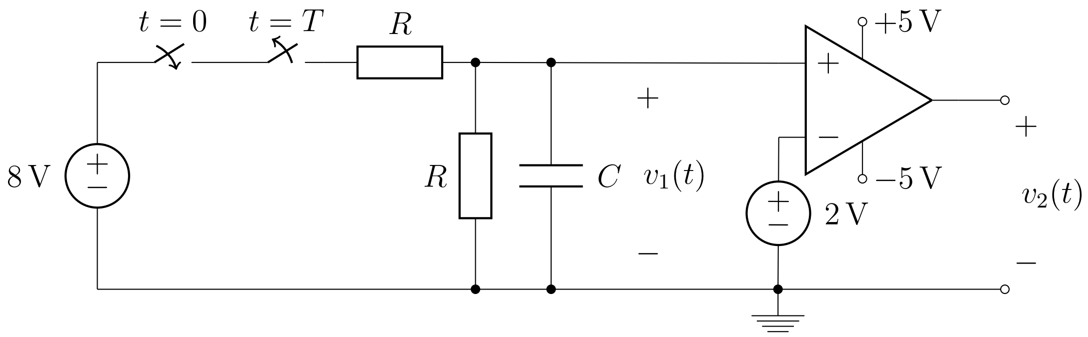


6

I nedanstående krets är den vänstra strömbrytaren öppen för $t < 0$ och sluts vid $t = 0$. Den högra strömbrytaren är sluten för $t < T$ och öppnas vid $t = T$. Anta att $T \gg RC$ (det räcker med $T \approx 5RC$). OP:ns utspänning begränsas av matningspotentialerna $\pm 5\,\mathrm{V}$.

(a) Beräkna $v_1(t)$ och $v_2(t)$ för $0 < t < T$.

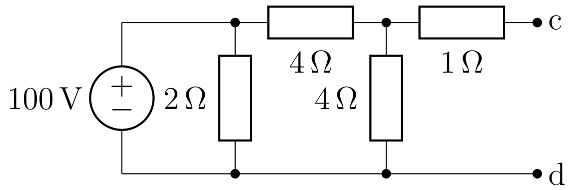
(b) Beräkna $v_1(t)$ och $v_2(t)$ för $t > T$.



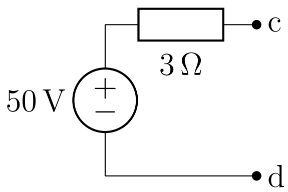
Lösningar

1

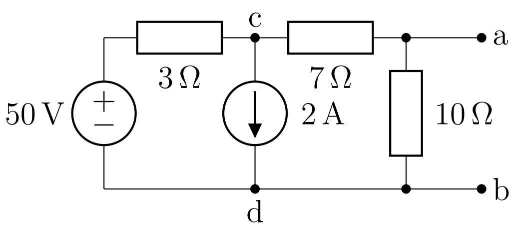
Bestäm först en Théveninekvivalent för cd



Tomgångsspänning med spänningsdelning $v_{cd} = 50\,\text{V}$ och resistansen $R_{cd} = 4\,\Omega \parallel 4\,\Omega + 1\,\Omega = 3\,\Omega$. Vilket ger Théveninekvivalenten



Lägg till resterande del av kretsen

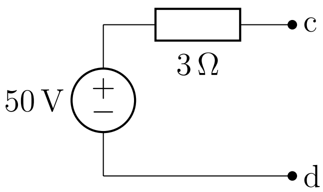


Nollställ källorna för $R_{ab} = 10\,\Omega \parallel 10\,\Omega = 5\,\Omega$. Superposition för tomgångsspänningen (spänningsdelning och strömgrening)

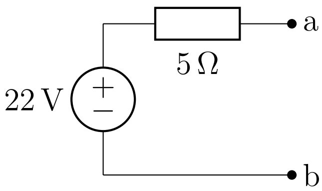
$$v_{ab} = \frac{10}{3+7+10} 50\,\text{V} - 10 \frac{3}{3+7+10} 2\,\text{V} = 25\,\text{V} - 3\,\text{V} = 22\,\text{V}$$

Svar:

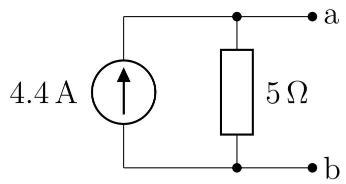
(a) Bestäm Théveninekvivalenten med avseende på nodparet cd.



(b) Bestäm Théveninekvivalenten med avseende på nodparet ab.

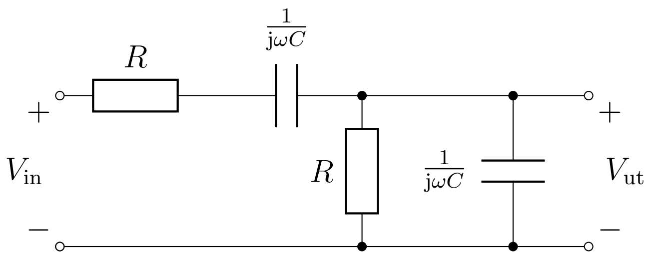


(c) Bestäm Nortonekvivalenten med avseende på nodparet ab.



2

Transformera till frekvensdomän med Re-konventionen $v_{\mathrm{in}} = \mathrm{Re}\{V_{\mathrm{in}} e^{j\omega t}\}$ och $v_{\mathrm{ut}} = \mathrm{Re}\{V_{\mathrm{ut}} e^{j\omega t}\}$. Använd nodanalys för att bestämma utsignalen



KCL på nod 1 ger

$$\frac{V_{\mathrm{ut}} - V_{\mathrm{in}}}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{V_{\mathrm{ut}}}{R} + j\omega C V_{\mathrm{ut}} = 0$$

och

$$V_{\mathrm{ut}} \left(\frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R} + j\omega C \right) = \frac{V_{\mathrm{in}}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

samt

$$V_{\mathrm{ut}} = \frac{V_{\mathrm{in}}}{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\left(\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R} + j\omega C\right)} = \frac{V_{\mathrm{in}}}{1 + 1 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC} + 1} = \frac{V_{\mathrm{in}}}{3 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC}}$$

Svar:

(a) Överföringsfunktionen

$$H(\omega) = \frac{V_{\mathrm{ut}}}{V_{\mathrm{in}}} = \frac{1}{3 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC}}$$

(b) I fas om $j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC} = 0$ som ger $\omega RC = 1$ och därmed $\omega = 1/(RC)$. Motsvarande överföringsfunktion $H = 1/3$.

3

Bestäm induktansen per längdenhet för en koaxialkabel. Innerledaren har radie a och ytterledaren radie b.

Induktans $L = \frac{\phi}{i}$. Låt innerledaren ha ström i och ytterledaren ström $-i$.

Symmetrin medför att den magnetiska fältstyrkan $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ är riktad i $\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi$-riktningen och beror endast på avståndet $r_\mathrm{c} = |\boldsymbol{r}_\mathrm{c}|$ (från mittlinjen av koaxialkabeln):

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = H(r_\mathrm{c})\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi$$

Omslut (delar av) innerledaren med en cirkel med radie $r_{\mathrm{c}1}$. Använd Ampères lag

$$i = \oint_C \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^{2\pi} H(r_{\mathrm{c}1})\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_\varphi r_{\mathrm{c}1}\,\mathrm{d}\varphi = H(r_{\mathrm{c}1})2\pi r_{\mathrm{c}1}$$

och därmed

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \frac{i}{2\pi r_\mathrm{c}}\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi \quad \text{för } a \leq r_\mathrm{c} \leq b$$

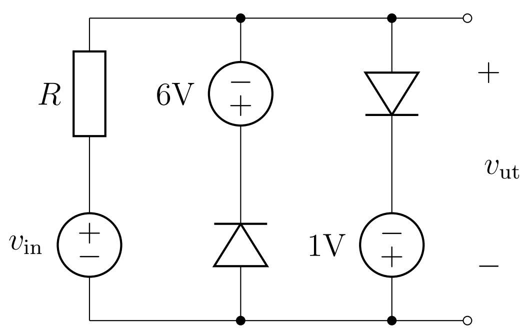
B-fältet ges av $\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H}$ och flödet genom att integrera B-fältet från inner- till ytterledaren över en längd ℓ:

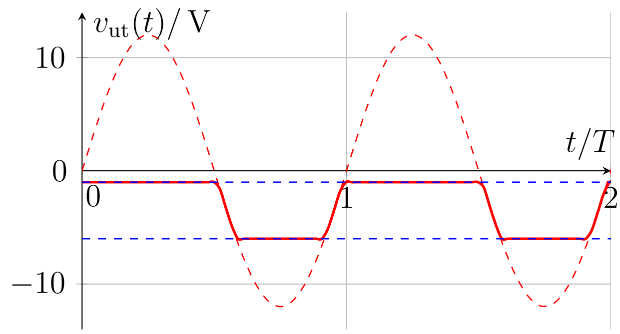
$$\phi = \int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{e}_\mathrm{n}\,\mathrm{dS} = \ell\mu_0\int_{r_\mathrm{c}=a}^{b} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\cdot\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi\,\mathrm{d}r_\mathrm{c} = \ell\mu_0\int_{r_\mathrm{c}=a}^{b} H(r_\mathrm{c})\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi\cdot\hat{\boldsymbol{e}}_\varphi\,\mathrm{d}r_\mathrm{c} = \ell\mu_0\int_a^b H(r_\mathrm{c})\,\mathrm{d}r_\mathrm{c}$$
$$= \ell\mu_0\int_a^b \frac{i}{2\pi r_\mathrm{c}}\,\mathrm{d}r_\mathrm{c} = \frac{i\ell\mu_0}{2\pi}\big[\ln r_\mathrm{c}\big]_a^b = \frac{i\ell\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

<u>Svar:</u> Induktans per längdenhet

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\phi}{i\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

4





Betrakta först kretsen med en tänkt utspänning v_ut. Den vänstra dioden leder ström (kortslutning) om $-v_\mathrm{ut}(t) \geq 6\,\mathrm{V}$ eller $v_\mathrm{ut}(t) \leq -6\,\mathrm{V}$ och den är avbrott om $v_\mathrm{ut} \geq -6\,\mathrm{V}$. Den högra dioden leder ström (kortslutning) om $v_\mathrm{ut}(t) \geq -1\,\mathrm{V}$ och den är avbrott om $v_\mathrm{ut} \leq -1\,\mathrm{V}$. Totalt så begränsas (klipps) utspänningen till intervallet $-6\,\mathrm{V} \leq v_\mathrm{ut} \leq -1\,\mathrm{V}$.

Om insignalen $v_\mathrm{in}(t) < -6\,\mathrm{V}$ så är den vänsta dioden kortsluten och $v_\mathrm{ut} = -6\,\mathrm{V}$. Om $-6\,\mathrm{V} \leq v_\mathrm{in} \leq -1\,\mathrm{V}$ är dioderna avbrott och $v_\mathrm{ut} = v_\mathrm{in}$. Om $v_\mathrm{in} > -1\,\mathrm{V}$ är den högra dioden kortsluten och $v_\mathrm{ut} = -1\,\mathrm{V}$.

<u>Svar:</u>

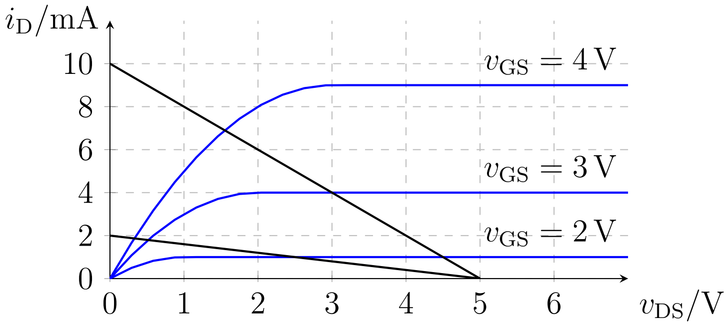
$$v_\mathrm{ut}(t) = \begin{cases} -6\,\mathrm{V} & \text{om } v_\mathrm{in}(t) < -6\,\mathrm{V} \\ v_\mathrm{in}(t) & \text{om } -6\,\mathrm{V} \leq v_\mathrm{in}(t) \leq -1\,\mathrm{V} \\ -1\,\mathrm{V} & \text{om } -1\,\mathrm{V} < v_\mathrm{in}(t) \end{cases}$$

5

Eftersom $v_{\mathrm{GS}} = V_0 = 3\,\mathrm{V} > V_{\mathrm{t}}$ är transistorn antingen i triodområdet eller det mättade området. KVL ger

$$V_{\mathrm{DD}} - Ri_{\mathrm{D}} - v_{\mathrm{DS}} = 0$$

För varje värde på R svarar denna ekvation mot en rät linje i diagrammet enligt



Skärningarna med grafen för $v_{\mathrm{GS}} = 3\,\mathrm{V}$ ger de sökta resultaten.

<u>Svar:</u>

a) Detta är den övre räta linjen, med skärningspunkt $(v_{\mathrm{DS}}, i_{\mathrm{D}}) = (3\,\mathrm{V}, 4\,\mathrm{mA})$ i det mättade området (i_{D} oberoende av v_{DS}).

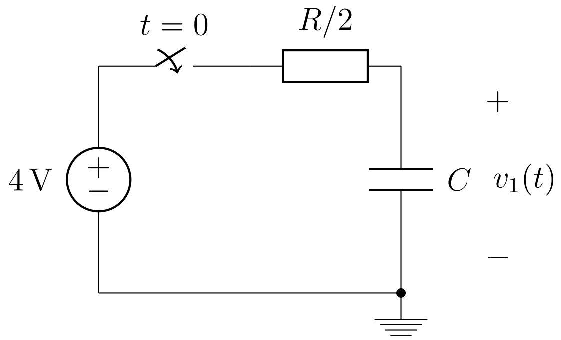
b) Detta är den undre räta linjen, med skärningspunkt $(v_{\mathrm{DS}}, i_{\mathrm{D}}) \approx (0.6\,\mathrm{V}, 1.9\,\mathrm{mA})$ i triodområdet.

6

Operationsförstärkaren är kopplad som en komparator: då $v_1 < 2\,\mathrm{V}$ är $v_2 = -5\,\mathrm{V}$, och då $v_1 > 2\,\mathrm{V}$ är $v_2 = +5\,\mathrm{V}$. Den vänstra delen av kretsen kan analyseras oberoende av OP:n.

a) $0 < t < T$

Den vänstra delen av kretsen förenklas först genom en Théveninekvivalent för resistanserna och spänningskällan enligt nedan:



Detta svarar mot en uppladdning av en kapacitans med tidskonstant $RC/2$, dvs

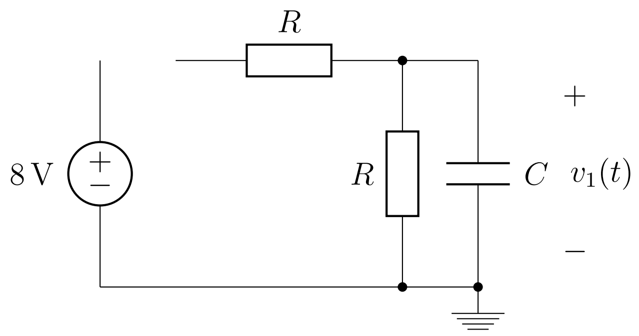
$$v_1(t) = 4\,\mathrm{V} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-t/(RC/2)})$$

Detta ger att $v_1 = 2\,\mathrm{V}$ då $t = \frac{RC}{2} \ln 2$.

Svar: $v_1(t) = 4\,\mathrm{V} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-2t/(RC)})$ och $v_2(t) = \begin{cases} -5\,\mathrm{V} & t < \frac{RC}{2}\ln 2 \\ +5\,\mathrm{V} & t > \frac{RC}{2}\ln 2 \end{cases}$

b) $t > T$

Den vänstra delen av kretsen är nu



Detta svarar mot en urladdning av kapacitansen med en tidskonstant RC, med begynnelsevärdet $V_T = 4\,\mathrm{V} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-2T/(RC)})$. Med $T \approx 5RC$ är $\mathrm{e}^{-2T/RC} \approx \mathrm{e}^{-10} \ll 1$, dvs $V_T = 4\,\mathrm{V}$.

$$v_1(t) = 4\,\mathrm{V} \cdot \mathrm{e}^{-(t-T)/(RC)}$$

Detta ger att $v_1 = 2\,\mathrm{V}$ då $t - T = RC\ln 2$.

Svar: $v_1(t) = 4\,\mathrm{V} \cdot \mathrm{e}^{-(t-T)/(RC)}$ och $v_2(t) = \begin{cases} +5\,\mathrm{V} & t < T + RC\ln 2 \\ -5\,\mathrm{V} & t > T + RC\ln 2 \end{cases}$