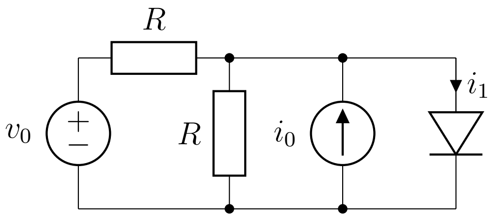
Tentamen i ETE115 Ellära och elektronik, 26/5 2014

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori.

Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

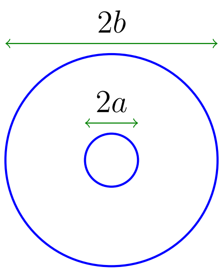
1

Bestäm strömmen $i_1(t)$ för kretsen



då $v_0 = v_0(t) = V_0 \cos(\omega t)$ och $i_0 = i_0(t) = I_0 \cos(\omega t)$ med $V_0 > 0$, $I_0 > 0$ och dioden kan anses vara ideal.

2



Bestäm kapacitansen per längdenhet för en koaxialkabel. Innerledaren har radie a och ytterledaren radie b.

3

En motor är kopplad till en spänningsgenerator som ger spänningen V_0 vid frekvensen f. Motorns effekt är P. Motorn är induktiv (kan modelleras med en induktans i serie med en resistans) med effektfaktorn $\cos\varphi = 0.6$.

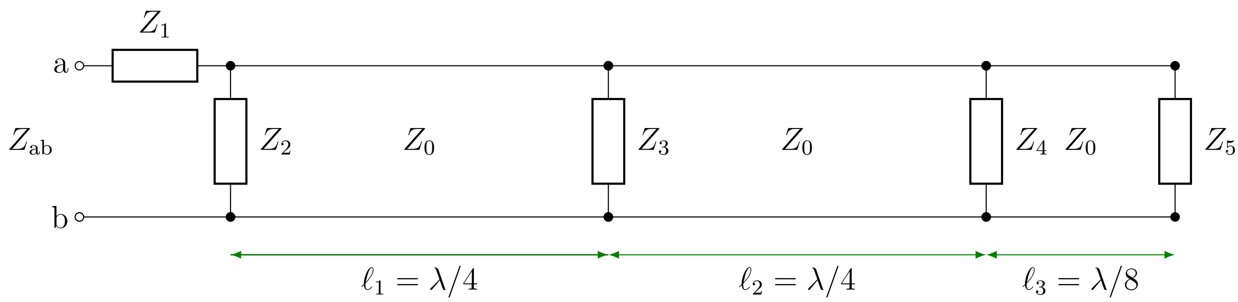
a) Vad är motorns reaktiva effekt?

b) Hur stort är strömmens toppvärde, $|I|$, i ledningen till generatorn?

c) Hur stor kapacitans C ska parallellkopplas med motorn för fullständig faskompensering? Den reaktiva effekten i kondensatorn ska släcka ut den reaktiva effekten i motorn vid fullständig faskompensering.

d) Hur stort är strömmens toppvärde, $|I_1|$, i ledningen till generatorn efter inkoppling av en sådan kapacitans?

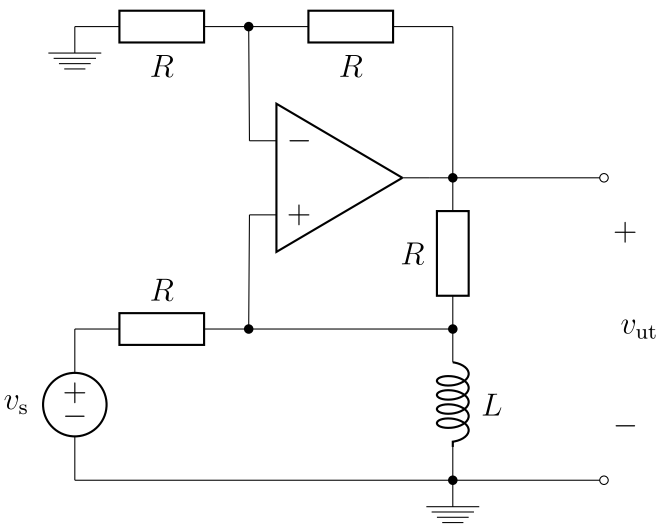
4



Koppla tre förlustfria transmissionsledningar med karakteristisk impedans $Z_0 = 50\,\Omega$ och längder $\ell_1 = \ell_2 = \lambda/4$ och $\ell_3 = \lambda/8$ enligt figuren där λ betecknar våglängden. Kretselement med impedansen $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = Z_0$ finns anslutna enligt figuren. Bestäm impedansen $Z_{\rm ab}$ mellan nodparet ab.

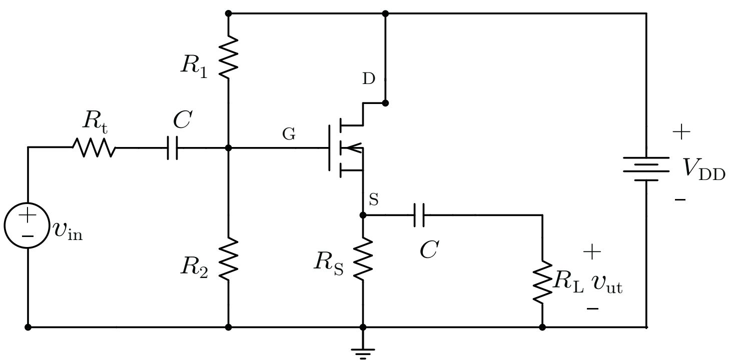
Vid vinkelfrekvensen ω är våglängden längs transmissionsledningen λ, vilket ger vågtalet $\beta = 2\pi/\lambda$.

5



Bestäm utsignalen $v_{ut}(t)$ då $v_s(t) = V_0 \sin(\omega t) H(t)$, där $H(t) = 0$ för $t < 0$ och $H(t) = 1$ för $t > 0$. Operationsförstärkaren kan anses vara ideal.

6



Figuren visar en förstärkare med en NMOS transistor. Likspänningskällan V_{DD} och motstånden R_1, R_2, R_S är valda så att transistorn är i mättnadsområdet. Insignalen $v_{in}(t) = V_{in} \cos(\omega t)$ är vald så att $|V_{in}| \ll V_{DD}$ och så att kopplingskapacitansernas impedanser kan försummas. Tröskelspänningen V_t och konstanten K för transistorn är kända.

a) Skissa de två kurvor i $\{V_{GS}, I_D\}$-planet vars skärningspunkt ger arbetspunkten, dvs V_{GSQ} och I_{DQ}.

b) Bestäm småsignalschemat för förstärkaren. Antag att r_d i småsignalmodellen av transistorn är mycket stor och kan ersättas med ett avbrott.

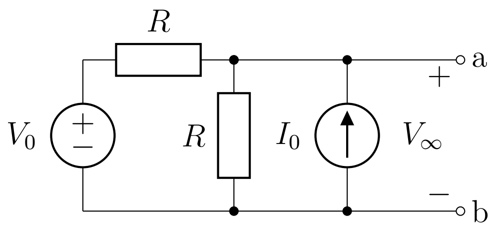
c) Vad är transkonduktansen g_m? Uttryck svaret i I_{DQ} och K.

d) Bestäm förstärkningen, $A = v_{ut}/v_{in}$. Antag att signalkällans inre resistans är försumbar, $R_t = 0$.

Lösningar

1

Använd Re-konventionen $v_0 = \mathrm{Re}\{V_0 e^{j\omega t}\}$ och $i_0 = \mathrm{Re}\{I_0 e^{j\omega t}\}$. Bestäm Thévenin-ekvivalenten med avseende på nodparet a–b i nedanstående krets.



Tomgångsspänningen bestäms med nodanalys (KCL på nod a)

$$\frac{V_\infty - V_0}{R} + \frac{V_\infty - 0}{R} - I_0 = 0$$

med lösning

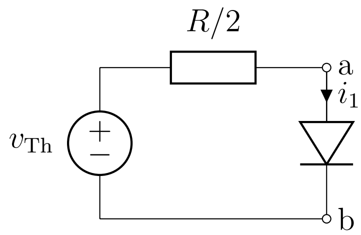
$$V_\infty = \frac{V_0 + RI_0}{2}$$

Transformera tillbaka till tidsdomänen $v_{\mathrm{Th}} = \mathrm{Re}\{V_\infty e^{j\omega t}\} = \frac{V_0 + RI_0}{2}\cos(\omega t)$.

Nollställ källorna för Théveninresistansen

$$R_{\mathrm{Th}} = R/2$$

och totalt



Strömmen ges av

$$i_1 = v_{\mathrm{Th}}/R_{\mathrm{Th}} = (V_0/R + I_0)\cos(\omega t) \quad \text{för } \cos(\omega t) \geq 0$$

och annars $i_1 = 0$.

2

Kapacitans $C = \frac{q}{v_{\mathrm{ab}}}$. Låt innerledaren ha laddning q och ytterledaren laddning $-q$ på en längd ℓ av koaxialkabeln.

Symmetrin medför att den elektriska flödestätheten $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ är riktad i radiens riktning $\boldsymbol{e}_{\mathrm{r_c}}$ och beror endast på avståndet $r_{\mathrm{c}} = |\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}|$ (från mittlinjen av koaxialkabeln):

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = D(r_{\mathrm{c}})\boldsymbol{e}_{\mathrm{r_c}}$$

Symmetrin $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = D(r_c)\boldsymbol{e}_{r_c}$.

Omslut (delar av) innerledaren med en cylinder med längd ℓ och radie r_{c1}. Använd Gauss lag (där S_1, S_2 och S_3 betecknar kortsidorna och mantelytan av den omslutande cylindern)

$$q = \oint_S \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{e}_n(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}S = \oint_{S_1+S_2+S_3} \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{e}_n(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}S$$
$$= \int_{r_c=r_{c1}} D(r_c)\boldsymbol{e}_{r_c} \cdot \boldsymbol{e}_{r_c}\,\mathrm{d}S = D(r_{c1})2\pi r_{c1}\ell$$

eftersom enbart mantelytan bidrar och därmed

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{2\pi r_c \ell}\boldsymbol{e}_{r_c} \quad \text{för } a \leq r_c \leq b$$

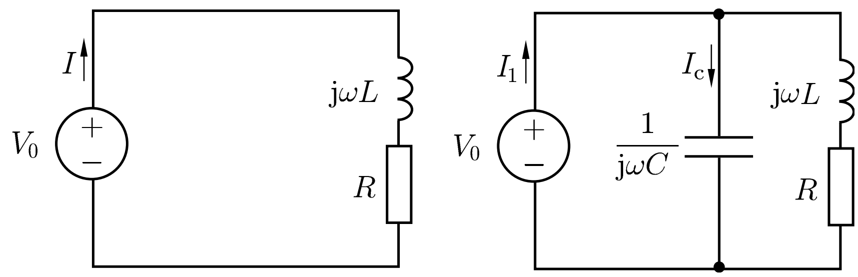
E-fältet ges av $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}/\epsilon_0$ och spänningen från att integrera E-fältet från inner- till ytterledaren:

$$v_{ab} = \int_{r_c=a}^{b} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{r_c=a}^{b} E(r_c)\boldsymbol{e}_{r_c} \cdot \boldsymbol{e}_{r_c}\,\mathrm{d}r_c$$
$$= \int_a^b E(r_c)\,\mathrm{d}r_c = \int_a^b \frac{q}{\epsilon_0 \ell 2\pi r_c}\,\mathrm{d}r_c = \frac{q}{\epsilon_0 \ell 2\pi}\left[\ln r_c\right]_a^b = \frac{q}{\epsilon_0 \ell 2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

Kapacitans per längdenhet

$$\frac{C}{\ell} = \frac{q}{v_{ab}\ell} = \frac{\epsilon_0 2\pi}{\ln\frac{b}{a}}$$

3



a) Med den komplexa effekten $S = P + \mathrm{j}Q = |S|(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi) = P(1 + \mathrm{j}\sin\varphi/\cos\varphi)$ finner man att $Q = P\sin\varphi/\cos\varphi$. Sambandet $1 = \cos^2\varphi + \sin^2\varphi$ ger $\sin\varphi = 0.8$ eftersom Q och $\sin\varphi$ är positiva för induktiva belastningar. Totalt $Q = 4P/3$.

b) Den skenbara effekten $|S| = |V_0||I|/2$ ger strömmens toppvärde

$$|I| = \frac{2|S|}{|V_0|} = \frac{2P}{|V_0|\cos\varphi}$$

där vi använt att $P = |S|\cos\varphi$.

c) Den reaktiva effekten i kondensatorn, Q_C, ska släcka ut den reaktiva effekten i motorn vid fullständig faskompensering. Använd att den komplexa effekten i kondensatorn är

$$S_C = \frac{1}{2}V_0 I_C^* = -\frac{|V_0|^2}{2}\mathrm{j}\omega C = \mathrm{j}Q_C$$

och därmed $Q_\mathrm{C} = -|V_0|^2 \omega C/2$. Med $Q + Q_\mathrm{C} = 0$ och $Q = 4P/3$ bestäms slutligen kapacitansen till

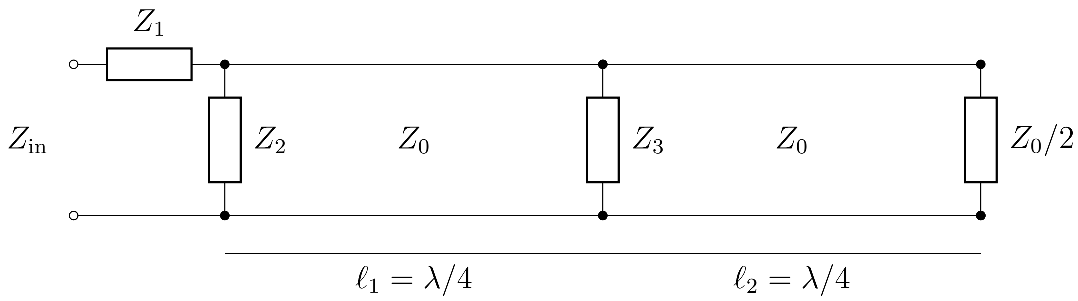
$$C = \frac{8P}{3|V_0|^2 \omega}$$

d) Följer lösningen till **b)** men med $S_\mathrm{tot} = P$ (eller $\cos\varphi_\mathrm{tot} = 1$) eftersom den totala reaktiva effekten är 0. Det ger strömmen

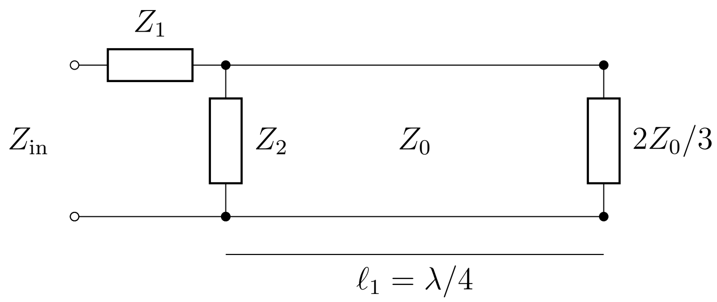
$$|I_1| = \frac{2|S_\mathrm{tot}|}{|V_0|} = \frac{2P}{|V_0|}$$

4

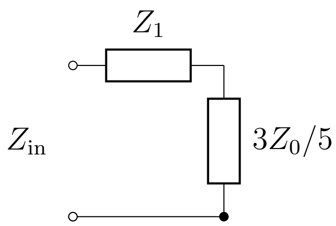
Lasten $Z_5 = Z_0$ ger reflektionskoefficienten $\varGamma = 0$ och en parallellkoppling mellan Z_4 och Z_0.



Kvartvågstransformator $Z = Z_0^2/(Z_0/2) = 2Z_0$ parallellkopplad med $Z_3 = Z_0$ ger

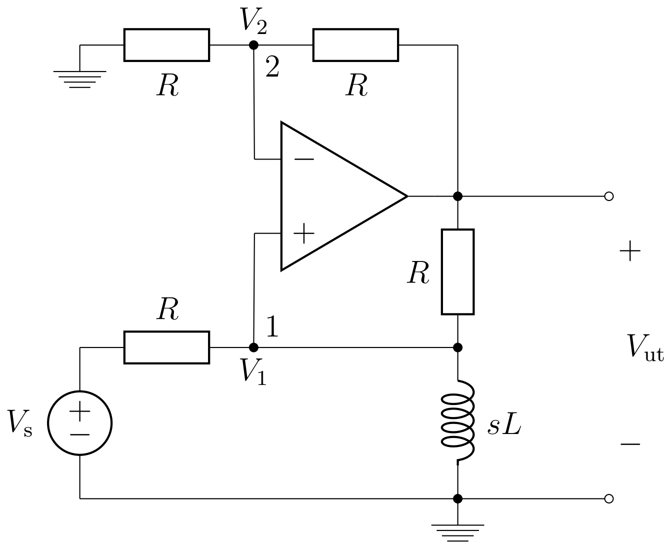


Kvartvågstransformator $Z = Z_0^2/(2Z_0/3) = 3Z_0/2$ parallellkopplad med $Z_2 = Z_0$ ger



och slutligen $Z_\mathrm{in} = Z_0 + 3Z_0/5 = 8Z_0/5 = 80\,\Omega$.

5



Transformera kretsen till Laplace-planet enligt ovan. Använd nodanalys på noderna 1 och 2, vilka har samma potential $V_1 = V_2$.

$$\text{Nod 1:} \qquad \frac{V_1 - V_{\text{s}}}{R} + \frac{V_1 - 0}{sL} + \frac{V_1 - V_{\text{ut}}}{R} = 0$$

$$\text{Nod 2:} \qquad \frac{V_1 - 0}{R} + \frac{V_1 - V_{\text{ut}}}{R} = 0$$

KCL för nod 2 ger $V_{\text{ut}} = 2V_1$ som insatt i KCL för nod 1 ger

$$V_{\text{ut}}(s) = \frac{2sLV_{\text{s}}}{R} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{ut}}(t) = \frac{2L}{R}\frac{\mathrm{d}v_{\text{s}}}{\mathrm{d}t} = \frac{2\omega LV_0}{R}\cos(\omega t)H(t)$$

Svar:

$$v_{\text{s}}(t) = \frac{2\omega LV_0}{R}\cos(\omega t)H(t)$$

6

a) Arbetspunkten, Q, för transistorn kan bestämmas med belastningslinjen. KVL längs slingan i figuren ger

$$V_\mathrm{G} - V_\mathrm{GS} - I_\mathrm{D} R_\mathrm{S} = 0$$

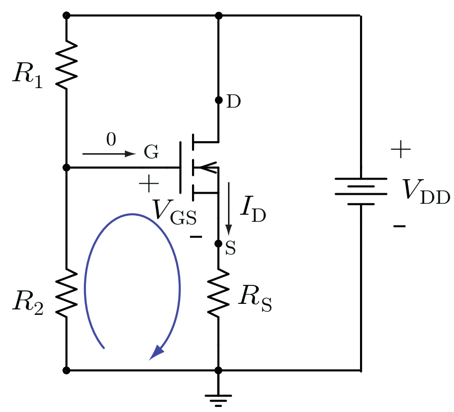
där

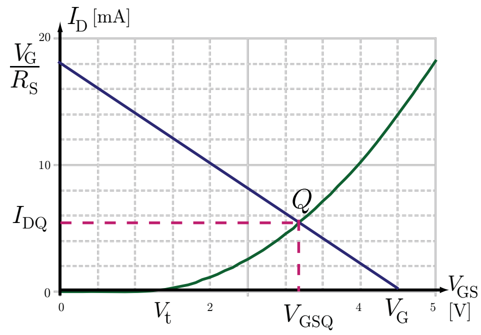
$$V_\mathrm{G} = V_\mathrm{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

är potentialen i G. Sambandet i mättnadsområdet är

$$I_\mathrm{D} = K(V_\mathrm{GS} - V_\mathrm{t})^2$$

Lösningen av ekvationssystemet ger arbetspunkten $I_\mathrm{DQ}, V_\mathrm{GSQ}$.





b) Småsignalschemat fås genom att ersätta kopplingskondensatorerna och likspänningskällan med kortslutningar.

c) Transkonduktansen ges av $g_\mathrm{m} = \partial I_\mathrm{D}/\partial V_\mathrm{GS} = 2K(V_\mathrm{GSQ} - V_\mathrm{t}) = 2\sqrt{K I_\mathrm{DQ}}$.

d) Spänningen $v_\mathrm{GS} = v_\mathrm{in} - v_\mathrm{ut}$ eftersom $R_\mathrm{t} = 0$. KCL på nod S (Source) ger

$$\frac{v_\mathrm{ut} - 0}{R_\mathrm{S}} + \frac{v_\mathrm{ut} - 0}{R_\mathrm{L}} - g_\mathrm{m}(v_\mathrm{in} - v_\mathrm{ut}) = 0$$

med lösning

$$A = \frac{v_\mathrm{ut}}{v_\mathrm{in}} = \frac{g_\mathrm{m}}{1/R_\mathrm{S} + 1/R_\mathrm{L} + g_\mathrm{m}}$$

där $g_\mathrm{m} = 2\sqrt{K I_\mathrm{DQ}}$ enligt ovan.