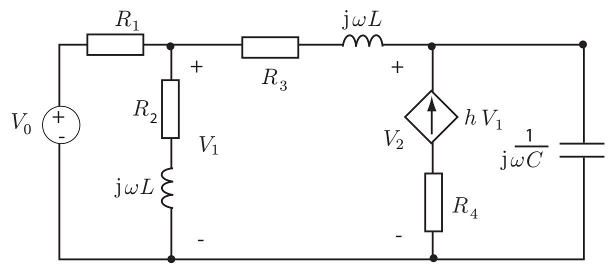
Tentamen Elektronik för F och N (ETE115) 8 januari 2010

Tillåtna hjälpmedel: formelsamling i kretsteori och elektronik.

1

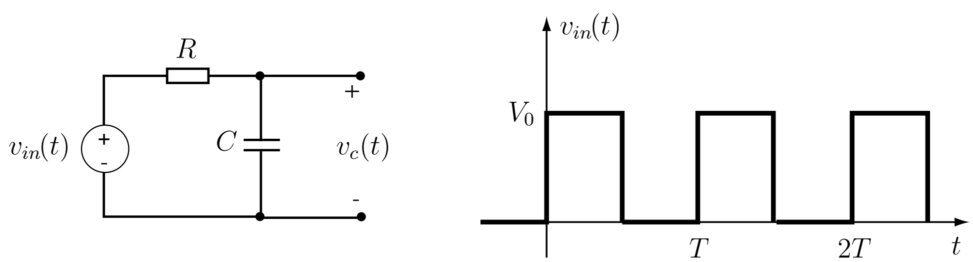


Vinkelfrekvensen ω, den komplexa spänningen V_0, samt L, C, h, R_1, R_2, R_3 och R_4, är kända. Bestäm ett ekvationssystem med två ekvationer ur vilka de komplexa spänningarna V_1 och V_2 kan bestämmas. Ekvationssystemet skall skrivas på formen

$$a_{11}V_1 + a_{12}V_2 = b_1$$
$$a_{21}V_1 + a_{22}V_2 = b2$$

där konstanterna a_{ij} och b_j endast får innehålla kända storheter.

2



Insignalen ges av en periodisk fyrkantsignal med periodtid T, enligt figur. Sambandet $T = 2RC$ gäller. För $t < 0$ är kondensatorn oladdad.

a) Bestäm matematiska uttrycket för $v_c(t)$ i tidsintervallet $0 < t < T/2$. (svar räcker)

b) Skissa $v_c(t)$ för $0 < t < 2T$.

c) Bestäm matematiska uttrycket för $v_c(t)$ i ett tidsintervall $NT < t < (N+1)T$ där N är såpass stort att stationärt tillstånd råder, d.v.s. så att $v_c(NT) = v_c(NT + T)$.

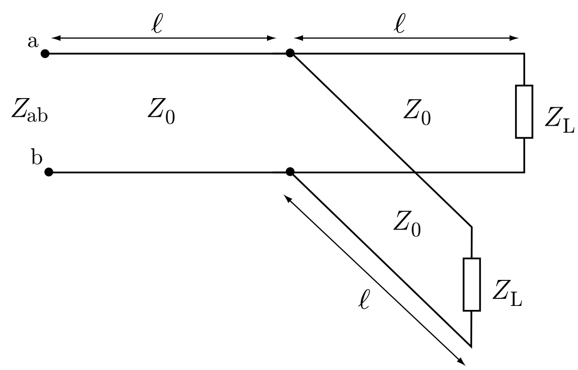
3

Två sfäriska metallytor har gemensamt centrum och radierna a respektive b, där $b > a$. Mellan sfärerna finns ett ledande material vars konduktivitet varierar med avståndet r från sfärernas centrum som

$$\sigma(r) = \sigma_0 \frac{r}{a}$$

Bestäm resistansen mellan sfärerna uttryckt i a, b och σ_0.

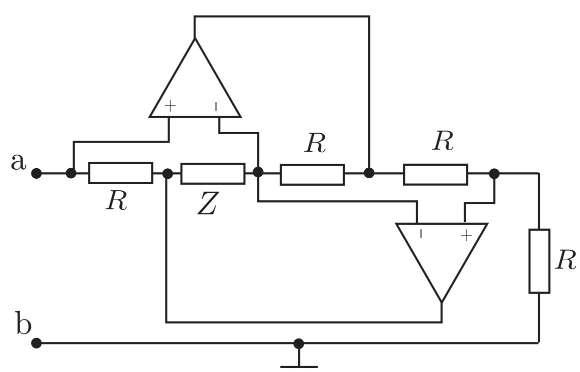
4



Tre identiska transmissionsledningar med karakteristisk impedans Z_0 och längd $\ell = \lambda/4$ (våglängd λ) är kopplade enligt figuren. Två av transmissionledningarna avslutas i en given impedans Z_{L}. Bestäm impedansen Z_{ab} mellan nodparet ab.

Transmissionsledningarna kan anses vara förlustfria.

5

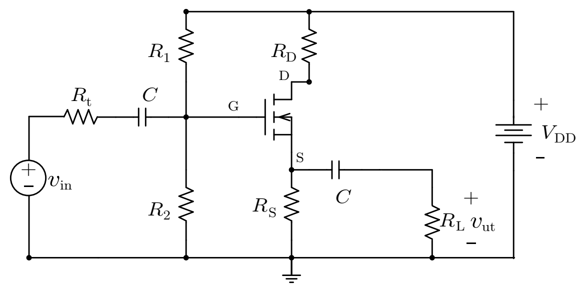


Figuren visar en koppling med två ideala operationsförstärkare och given resistans R.

Bestäm impedansen Z så att impedansen, Z_{ab}, mellan nodparet ab är induktiv med induktans L, dvs

$$Z_{\mathrm{ab}} = \mathrm{j}\omega L$$

6



Figuren visar en 'common drain' förstärkare med en NMOS-transistor. Likspänningskällan V_DD och motstånden R_1, R_2, R_S är valda så att transistorn är i mättnadsområdet. Insignalen $v_\mathrm{in}(t) = V_\mathrm{in}\cos(\omega t)$ är vald så att $V_\mathrm{in} \ll V_\mathrm{DD}$ och så att kopplingskapacitansernas impedanser kan försummas. Tröskelspänningen och konstanterna K, g_m och $r_\mathrm{d} = \infty$ för transistorn är kända.

a) Bestäm småsignalschemat för kopplingen.

b) Bestäm utsignalen $v_\mathrm{ut}(t)$.

Lösningsförslag tentamen Elektronik för F och N (ETE115) 2010-01-08

L1

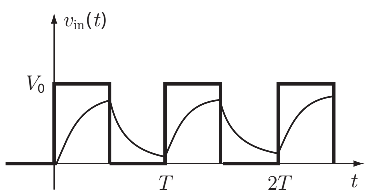
Nodanalys ger

$$\frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_1}{R_2 + \mathrm{j}\omega L} + \frac{V_1 - V_2}{R_3 + \mathrm{j}\omega L} = 0$$
$$\frac{V_2 - V_1}{R_3 + \mathrm{j}\omega L} - hV_1 + \mathrm{j}\omega C V_2 = 0$$

Detta kan skrivas

$$V_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \mathrm{j}\omega L} + \frac{1}{R_3 + \mathrm{j}\omega L}\right) - V_2\frac{1}{R_3 + \mathrm{j}\omega L} = \frac{V_0}{R_1}$$
$$-V_1\left(h + \frac{1}{R_3 + \mathrm{j}\omega L}\right) + V_2\left(\frac{1}{R_3 + \mathrm{j}\omega L} + \mathrm{j}\omega C\right) = 0$$

L2



a) För $0 < t < T/2$ gäller samma formel som för uppladdning av kondensatorn med ett steg, dvs

$$v_c(t) = V_0(1 - e^{-t/RC})$$

b) Kondensatorn laddas upp och ur i takt med fyrkantpulsen. Det ger kurvan i figuren.

c) Låt $v_C(NT) = V_1$ och $v_C(NT + T/2) = V_2$. Eftersom stationärt tillstånd råder måste $v_C(NT + T) = V_1$. Då gäller

$$\begin{cases} v_C(t) = V_1 + (V_0 - V_1)(1 - e^{-(t-NT)/RC}) & \text{för } NT \le t \le NT + T/2 \\ v_C(t) = V_2 e^{-(t-NT-T/2)/RC} & \text{för } NT + T/2 \le t \le NT + T \end{cases}$$

För $t = NT + T/2$ måste då gälla

$$V_1 + (V_0 - V_1)(1 - e^{-1}) = V_2$$

och för $t = NT + T$ måste gälla

$$V_1 = V_2 e^{-1}$$

Från dessa ekvationer fås

$$V_1 = \frac{V_0 e^{-1}}{1 + e^{-1}}$$
$$V_2 = V_0\frac{1 - e^{-1}}{1 - e^{-2}} = \frac{V_0}{1 + e^{-1}}$$

Uttrycket för $v_C(t)$ ges alltså av

$$\begin{cases} v_C(t) = V_1 + (V_0 - V_1)(1 - e^{-(t-NT)/RC}) & \\ \quad = V_0 - \dfrac{V_0}{1 + e^{-1}} e^{-(t-NT)/RC} & NT \le t \le NT + T/2 \\ & \\ v_C(t) = \dfrac{V_0}{1 + e^{-1}} e^{-(t-NT-T/2)/RC}) & NT + T/2 \le t \le NT + T \end{cases}$$

L3

Antag en ström I mellan skalen och bestäm spänningen V. Strömmen I ger upphov till strömtätheten

$$\vec{J}(r) = \frac{I}{4\pi r^2}, \qquad a < r < b$$

Detta ger det elektriska fältet

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{\sigma(r)}\vec{J}(r) = \frac{Ia}{4\pi\sigma_0 r^3}, \qquad a < r < b$$

Integration ger spänningen

$$V = \int_a^b \hat{\vec{r}} \cdot \vec{E}(r)\, dr = \frac{Ia}{8\pi\sigma_0}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)$$

Resistansen ges då av $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{a}{8\pi\sigma_0}\left(\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{1}{b^2}\right)$

Alternativt kan man se området mellan skalen som seriekopplade resistanser med resistansen $\Delta R = \dfrac{\Delta r}{4\pi r^2 \sigma(r)} = \dfrac{a}{4\pi\sigma_0 r^3}\Delta r$. Seriekoppling ger då $\Delta r \to 0$

$$R = \int_a^b \frac{a}{4\pi\sigma_0 r^3}\, dr = \frac{a}{8\pi\sigma_0}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)$$

L4

Kvartsvågstransformatorn ($\lambda/4$) ger

$$Z_{\mathrm{in}} = Z_0^2/Z_{\mathrm{L}} \tag{1}$$

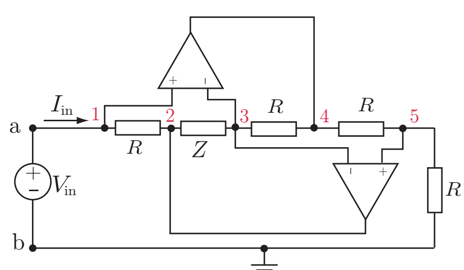
för de två högra transmissionsledningarna. De är parallelkopplade, vilket ger

$$Z_{\mathrm{L2}} = Z_{\mathrm{in}}/2 = Z_0^2/(2Z_{\mathrm{L}}) \tag{2}$$

Med ytterligare en kvartsvågstransformator

$$Z_{\mathrm{ab}} = Z_0^2/Z_{\mathrm{L2}} = 2Z_{\mathrm{L}} \tag{3}$$

L5



De ideala operationsförstärkarna ger först att $V_1 = V_3 = V_5$.

Nodanalys i noderna 5,3 och 1:

$$\frac{V_{\mathrm{in}} - V_4}{R} + \frac{V_{\mathrm{in}} - 0}{R} = 0 \Rightarrow 2V_{\mathrm{in}} = V_4$$

och

$$\frac{V_{\text{in}} - V_2}{Z} + \frac{V_{\text{in}} - V_4}{R} = 0 \Rightarrow V_{\text{in}} - V_2 = -\frac{Z}{R}(V_{\text{in}} - V_4) = \frac{Z}{R} V_{\text{in}}$$

och

$$-I_{\text{in}} + \frac{V_{\text{in}} - V_2}{R} = 0 \Rightarrow I_{\text{in}} = \frac{V_{\text{in}} - V_2}{R} = \frac{Z}{R^2} V_{\text{in}}$$

Impedansen mellan nodparet ab är

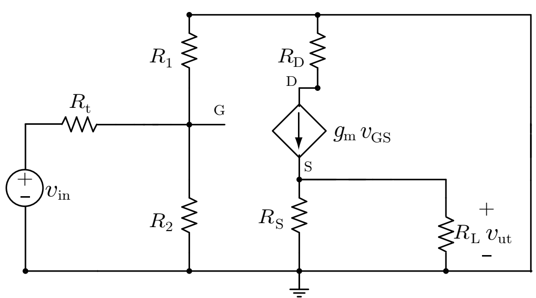
$$Z_{\text{ab}} = \frac{V_{\text{in}}}{I_{\text{in}}} = \frac{R^2}{Z}$$

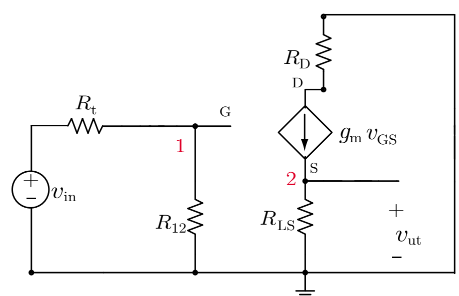
En kapacitans C har impedansen $Z_{\text{C}} = 1/(\text{j}\omega C)$ dvs

$$\frac{R^2}{Z} = \frac{1}{\text{j}\omega C} \Rightarrow Z = \text{j}\omega R^2 C = \text{j}\omega L$$

där $L = R^2 C$.

L6





a) Använd småsignalmodellen för transistorn och ersätt kopplingskapacitanserna och likspänningskällan med kortslutningar. Förenkla med $R_{12} = R_1 // R_2$ och $R_{\text{LS}} = R_{\text{L}} // R_{\text{S}}$.

b) Utsignalen $v_{\text{ut}}(t) = v_2(t)$ bestäms tex med nodanalys:
nod 1 (spänningsdelning)

$$v_1 = v_{\text{in}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{\text{t}}}$$

nod 2

$$-g_{\text{m}}(v_1 - v_2) + \frac{v_2 - 0}{R_{\text{LS}}} = 0 \Rightarrow v_2 \left(\frac{1}{R_{\text{LS}}} + g_{\text{m}} \right) = g_{\text{m}} v_1 = g_{\text{m}} v_{\text{in}} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{\text{t}}}$$

och

$$v_{\text{ut}}(t) = v_{\text{in}}(t) \frac{R_{\text{LS}} g_{\text{m}}}{R_{\text{LS}} g_{\text{m}} + 1} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{\text{t}}}$$