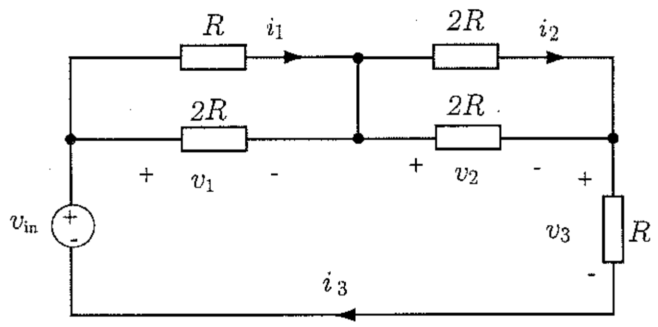
Ellära och elektronik, ETE115, för F2 och N2,
måndag 2012-01-09, kl 8-13, Victoriastadion 1:AB.

1.

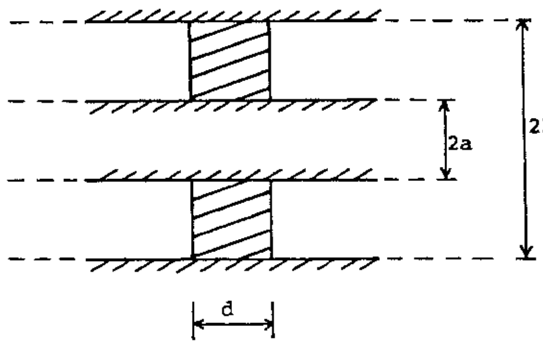


Den konstanta spännningen v_{in} är känd och resistansen R är också känd.

a) Bestäm strömmarna i_1, i_2 och i_3.

b) Bestäm spänningarna v_1, v_2 och v_3.

2.

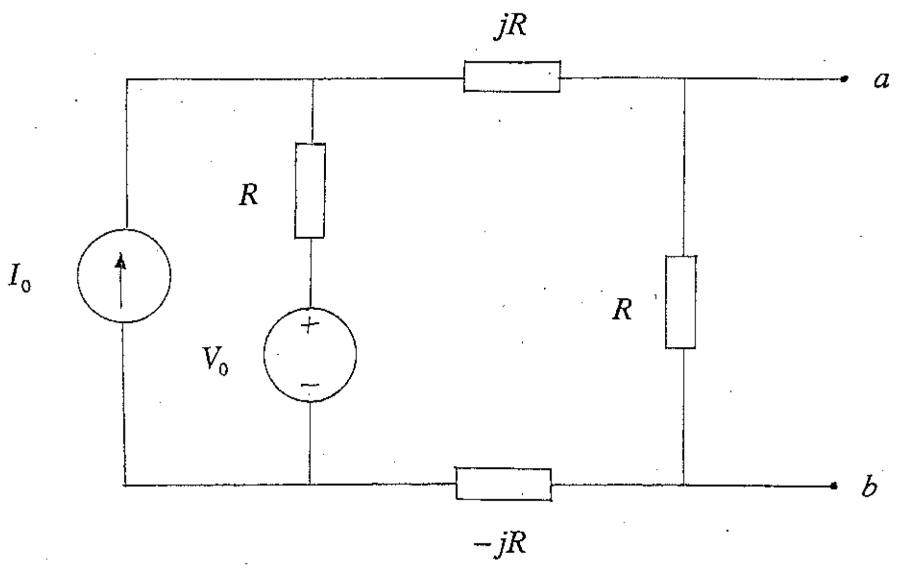


En cirkulärcylindrisk stav hålls på plats inuti ett cirkulärcylindriskt rör med hjälp av N stycken ringar. Ringarna är tillverkade av ett material med konduktiviteten σ. Staven och röret är tillverkade av ett material (en metall) vars konduktivitet är mycket större än σ. Antag därför att staven och röret är tillverkade av ett material med oändlig konduktivitet. Figuren ovan visar en av ringarna. Varje ring har längden d. Stavens ytterradie är a och rörets innerradie är b.

Givna: N, σ, d, a, b.

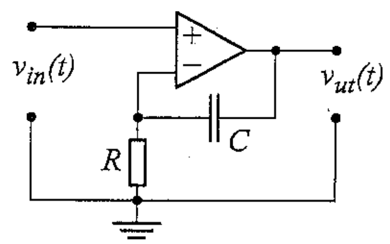
Bestäm resistansen R mellan innerledaren staven och ytterledaren röret.

3. I ett visst nät varierar alla spänningar och strömmar sinusformigt i tiden med en och samma vinkelfrekvens. Komplexa metoden kan då tillämpas och följande nät erhålles för den aktuella vinkelfrekvensen:



Givna: I_0, V_0 , R.
Strömgeneratorn ger den komplexa strömmen I_0, spänningsgeneratorn ger den komplexa spänningen V_0 och bredvid varje passiv komponent står komponentens impedans angiven.
Bestäm och ritaThéveninekvivalenten (i komplex form) till nätet vid den aktuella frekvensen med avseende på noderna a och b.

4.

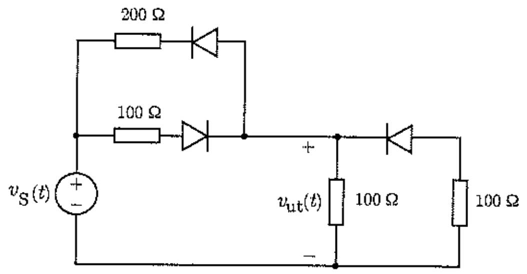


Operationsförstärkaren i kopplingen ovan är ideal. Inspänningen ges av:

$$v_{\text{in}}(t) = 2V_0 \sin(3\omega t)$$

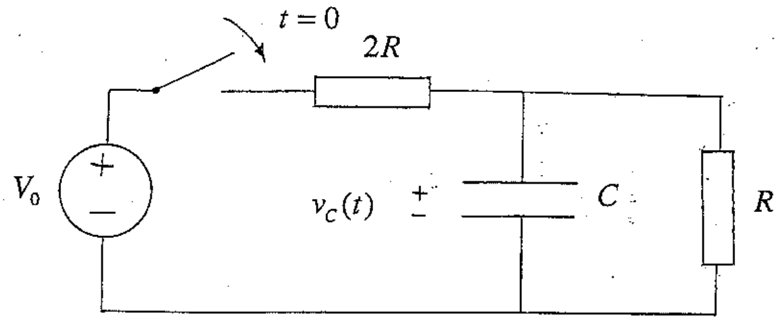
Givet: V_0, ω, R, C.
Bestäm $v_{ut}(t)$.

5.



Spänningskällan ger spänningen $v_S(t) = 10\sin(\omega t)\,\mathrm{V}$. Dioderna är ideala. Kretsen innehåller tre resistanser på 100 Ω vardera och en resistans på 200 Ω.
Bestäm spänningen $v_{\mathrm{ut}}(t)$ i tidsintervallet $0 \le t \le T$ där T är periodtiden dvs $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.
Svaret ska ges både i formler och som en plot där $v_{\mathrm{ut}}(t)$ har ritats (skissats för hand) som funktion av tiden. Plotten ska tydligt visa eventuella max- och min-värden samt nollgenomgångar.

6.



Givna: V_0, R, C.
Spänningskällan ger en konstant spänning V_0. Switchen sluts vid tiden $t = 0$.
Kondensatorn är energitom för $t < 0$. Spänningen över kondensatorn är $v_C(t)$.
a) Bestäm $v_C(0+)$.
b) Bestäm $v_C(+\infty)$.
c) Bestäm $v_C(t)$ för $0 \le t < +\infty$.

Lösningar till tentamen i "Ellära och elektronik", 2012-01-09.

1

a) $$R // 2R = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{2R}{3}$$

$$2R // 2R = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = \frac{4R^2}{4R} = R$$

$$R_{tot} = \frac{2R}{3} + R + R = \frac{8R}{3}$$

$$i_3 = \frac{v_{in}}{R_{tot}} = \frac{3v_{in}}{8R}$$

$$i_1 = \frac{2R}{R + 2R} i_3 = \frac{2}{3} i_3 = \frac{2v_{in}}{8R} = \frac{v_{in}}{4R}$$

$$i_2 = \frac{1}{2} i_3 = \frac{3v_{in}}{16R}$$

$$\underline{\underline{i_1 = \frac{v_{in}}{4R}}} \qquad \underline{\underline{i_2 = \frac{3v_{in}}{16R}}} \qquad \underline{\underline{i_3 = \frac{3v_{in}}{8R}}}$$

b) $$\underline{\underline{v_1}} = R i_1 = \underline{\underline{\frac{v_{in}}{4}}}$$

$$\underline{\underline{v_2}} = 2R i_2 = \underline{\underline{\frac{3v_{in}}{8}}}$$

$$\underline{\underline{v_3}} = R i_3 = \underline{\underline{\frac{3v_{in}}{8}}}$$

2

Om bara en ring funnits så

$$R_1 = \int dR = \int_a^b \rho \frac{dr}{2\pi r d} = \left[\rho = \frac{1}{\sigma} \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma d} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi\sigma d}$$

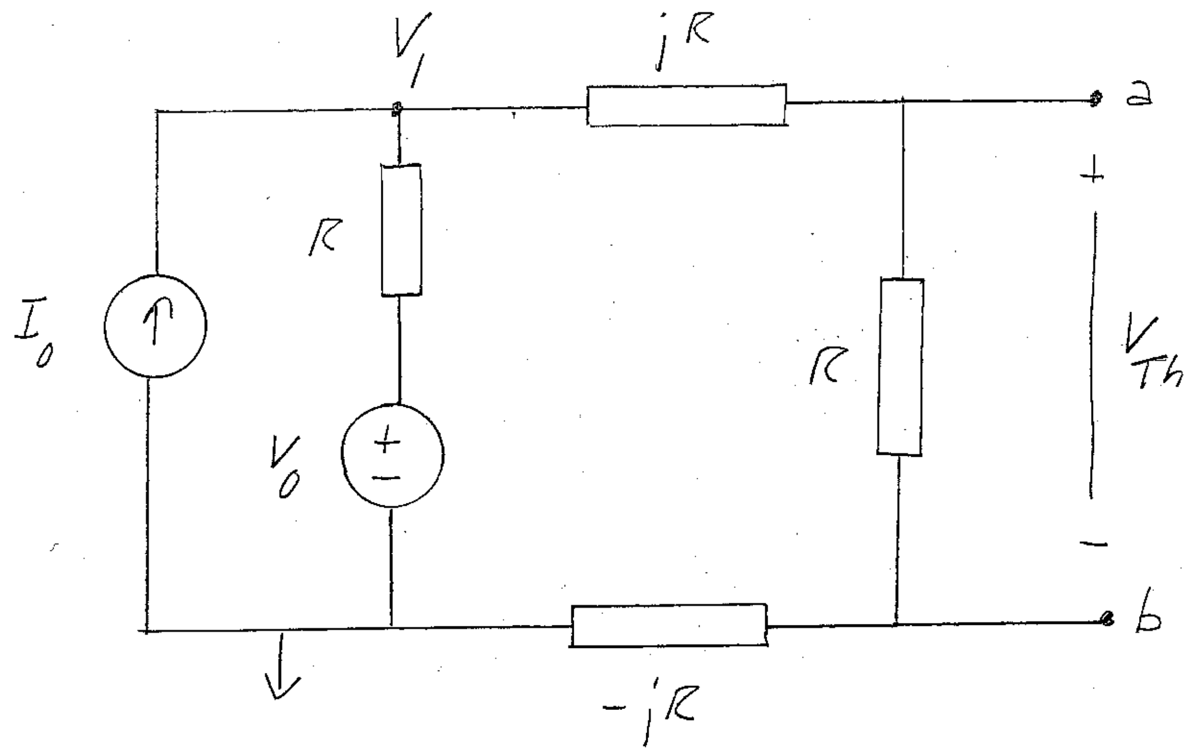
$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{2\pi\sigma d}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

N stycken parallellkopplade ringar ger

$$G = \sum_{n=1}^{N} G_1 = N G_1 = \frac{2\pi\sigma d N}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$\underline{\underline{R}} = \frac{1}{G} = \underline{\underline{\frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi\sigma d N}}}$$

3



V_{Th} = tomgångsspänningen

Nodanalys:

$$-I_0 + \frac{V_1 - V_0}{R} + \frac{V_1}{jR+R-jR} = 0$$

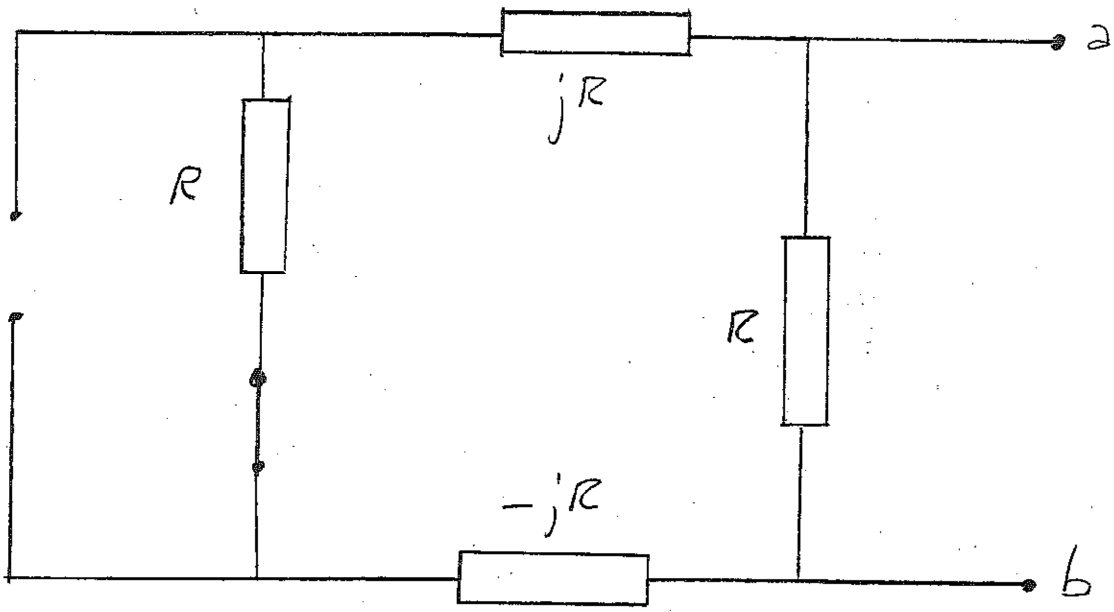
$$-RI_0 + V_1 - V_0 + V_1 = 0$$

$$2V_1 = V_0 + RI_0$$

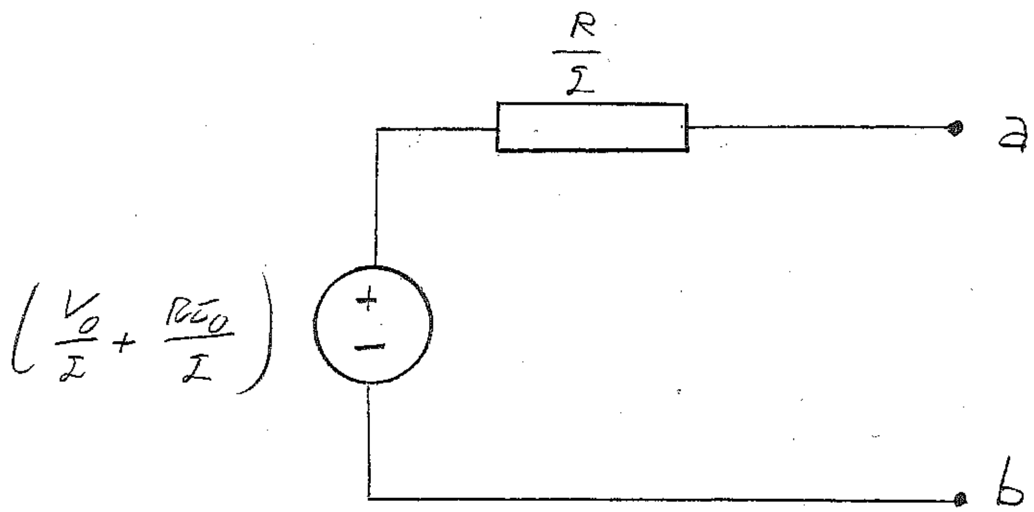
$$V_1 = \frac{V_0}{2} + \frac{RI_0}{2}$$

$$\underline{\underline{V_{Th}}} = \frac{R}{jR+R-jR} V_1 = V_1 = \underline{\underline{\frac{V_0}{2} + \frac{RI_0}{2}}}$$

För att beräkna Z_{Th} så nollställer vi alla oberoende källor:

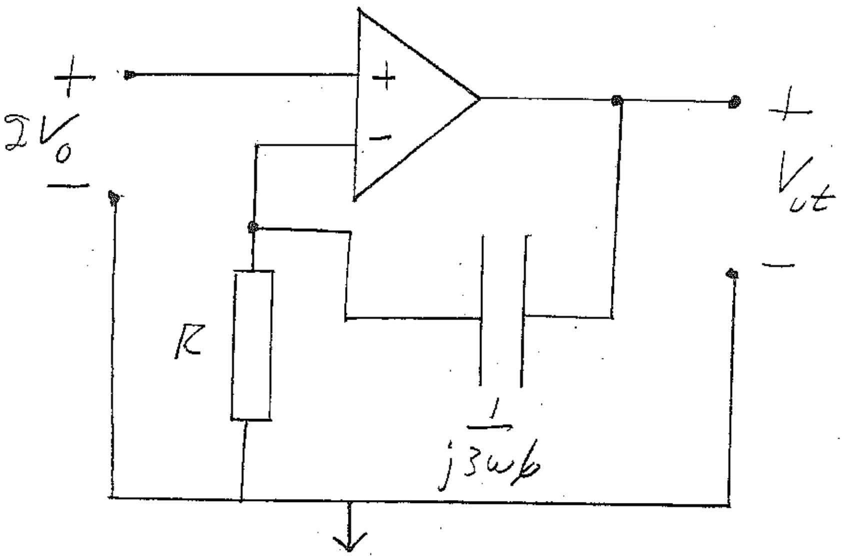


$$\underline{\underline{Z_{Th}}} = R // (jR + R - jR) = R // R = \frac{R \cdot R}{R + R} = \underline{\underline{\frac{R}{2}}}$$



4

Räkna komplext:



$$\frac{2V_0 - 0}{R} + \frac{2V_0 - V_{ut}}{\frac{1}{j3\omega C}} = 0$$

$$2V_0 + j3\omega RC\left(2V_0 - V_{ut}\right) = 0$$

$$2V_0 + j6\omega RCV_0 - j3\omega RC\,V_{ut} = 0$$

$$j3\omega RC\,V_{ut} = 2V_0\left(1 + j3\omega RC\right)$$

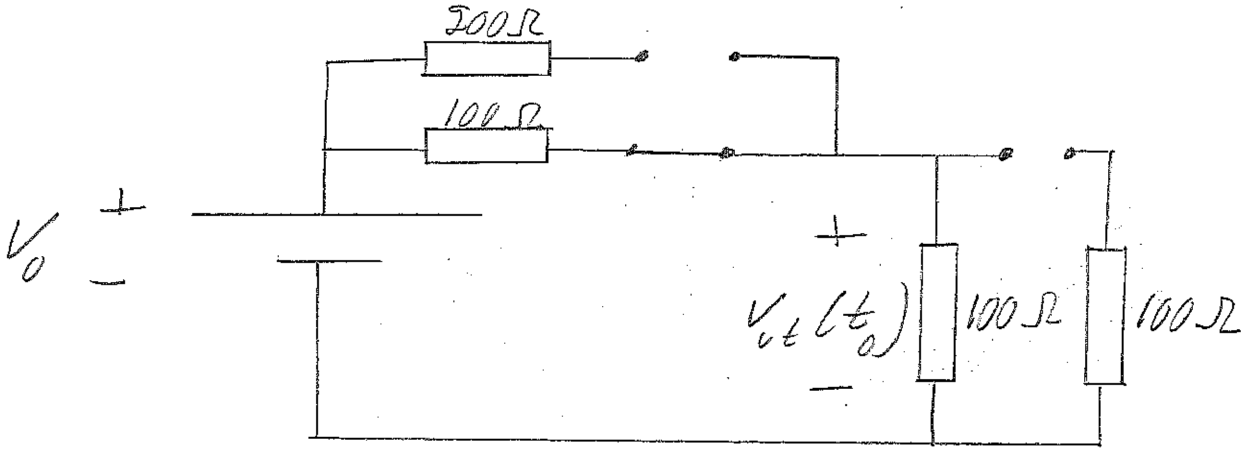
$$V_{ut} = \frac{2V_0}{3\omega RC}\sqrt{1+(3\omega RC)^2}\,e^{j\left(\mathrm{ARCTAN}(3\omega RC) - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$\longrightarrow$ riktfas: $\sin(3\omega t)$

$$V_{ut}(t) = \frac{2V_0\sqrt{1+9\omega^2R^2C^2}}{3\omega RC}\sin\left(3\omega t + \mathrm{ARCTAN}(3\omega RC) - \frac{\pi}{2}\right)$$

Antag $v_s(t_0) > 0$ dvs antag $v_s(t_0) = V_0$

där $V_0 > 0$. Då erhålles:

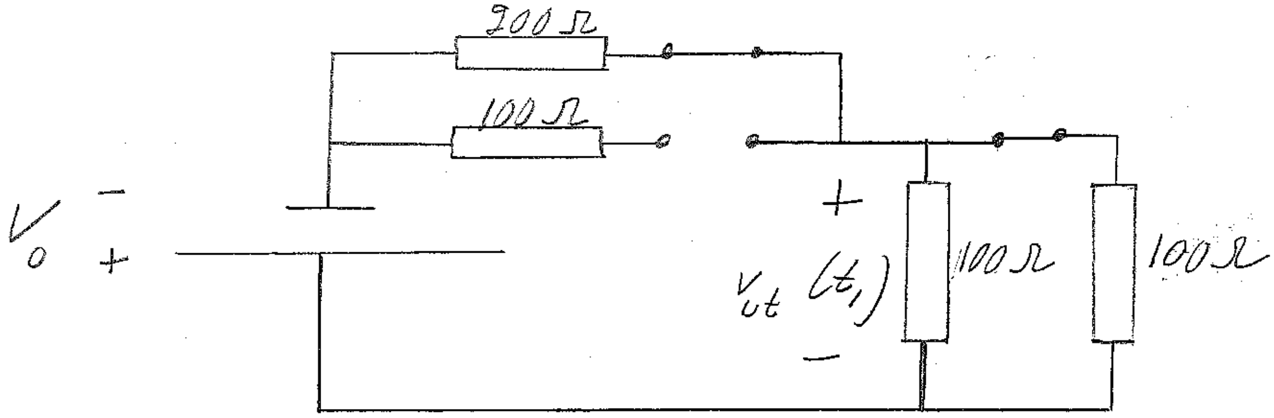


$$v_{ut}(t_0) = \frac{100}{100+100} V_0 = \frac{V_0}{2} = \frac{1}{2} v_s(t_0) =$$

$$= 5 \sin(\omega t_0) \text{ V}$$

Antag $v_s(t_1) < 0$ dvs antag $v_s(t_1) = -V_0$

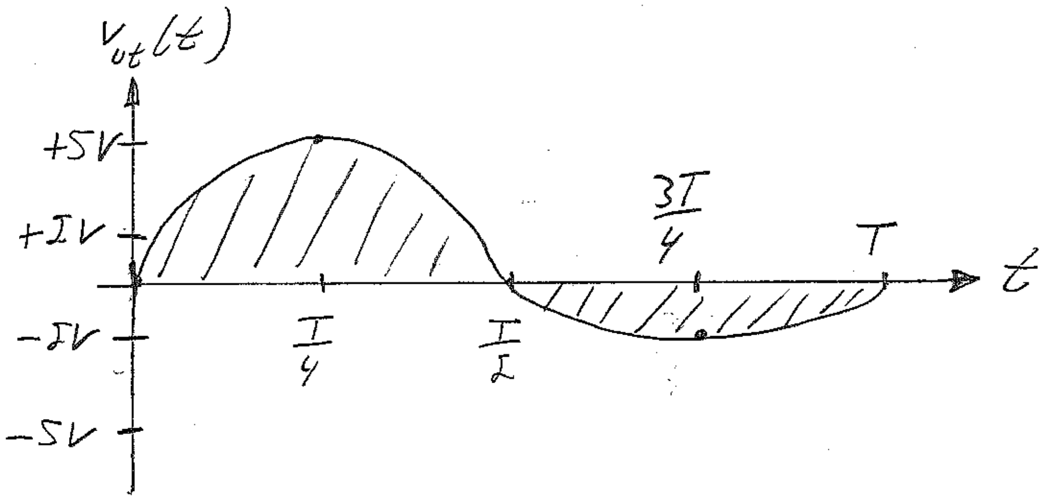
där $V_0 > 0$. Då erhålles:



$$v_{ut}(t_1) = [100\,\Omega // 100\,\Omega = 50\,\Omega] = \frac{50}{200+50}(-V_0) =$$

$$= \frac{1}{5}(-V_0) = \frac{1}{5} v_s(t_1) = 2 \sin(\omega t) \text{ V}$$

$$\left\| \begin{array}{ll} V_{ut}(t) = 5 \operatorname{sen}(\omega t)\, V & 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ V_{ut}(t) = 2 \operatorname{sen}(\omega t)\, V & \frac{T}{2} \le t \le T \end{array} \right\|$$



(6)

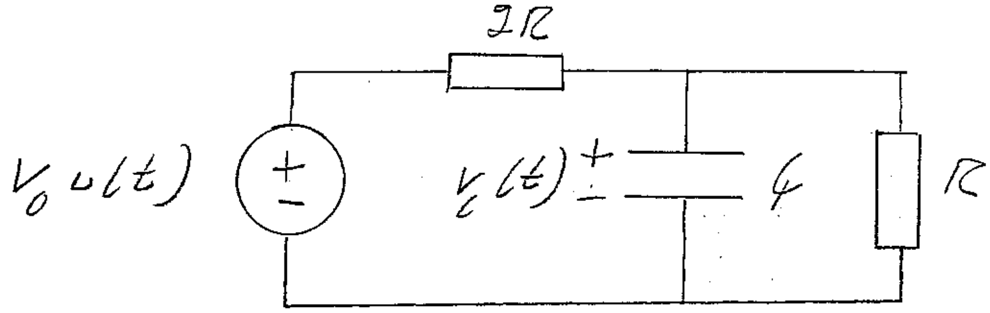
a) En kondensator är spänningströg.

$$\underline{\underline{v_c(0+)}} = v_c(0-) = \underline{\underline{0}}$$

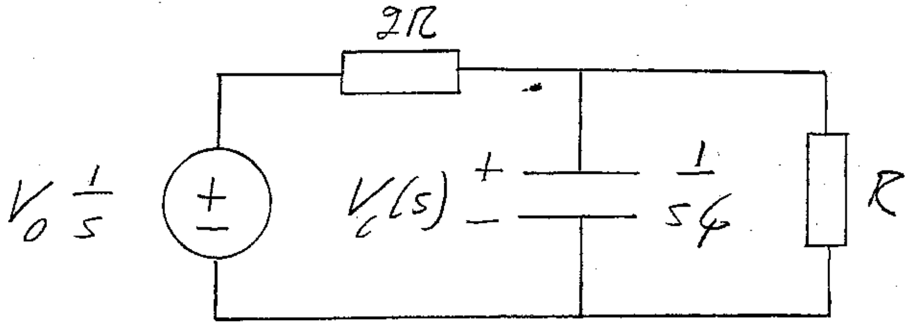
b) Efter lång tid kan kondensatorn ersättas med ett avbrott.

$$\underline{\underline{v_c(+\infty)}} = \frac{R}{2R+R} V_0 = \underline{\underline{\frac{V_0}{3}}}$$

c) Följande nät ger samma spänningar och strömmar för $t > 0$:



$$\xrightarrow{\mathcal{L}}$$



$$Z_{ers} = \frac{\frac{1}{sC} \cdot R}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{R}{1 + sRC}$$

$$V_C(s) = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + 2R} V_0 \frac{1}{s} =$$

$$= \frac{\frac{R}{1+sRC}}{\frac{R}{1+sRC} + 2R} V_0 \frac{1}{s} =$$

$$= \frac{R}{R + 2R(1+sRC)} V_0 \frac{1}{s} =$$

$$= \frac{V_0}{(3+s\,2RC)\,s} = \frac{V_0}{2RC\left(s+\frac{3}{2RC}\right)s}$$

$$\frac{V_0}{2RC\left(s+\frac{3}{2RC}\right)s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+\frac{3}{2RC}}$$

$$\begin{cases} A = \dfrac{V_0}{2RC\left(0+\frac{3}{2RC}\right)} = \dfrac{V_0}{3} \\ B = \dfrac{V_0}{2RC\left(-\frac{3}{2RC}\right)} = -\dfrac{V_0}{3} \end{cases}$$

$$V_C(s) = \frac{V_0}{3}\frac{1}{s} - \frac{V_0}{3}\frac{1}{s+\frac{3}{2RC}}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$v_C(t) = \frac{V_0}{3} u(t) - \frac{V_0}{3} u(t)\, e^{-\frac{3t}{2RC}} =$$

$$= \frac{V_0}{3}\left(1 - e^{-\frac{3t}{2RC}}\right) u(t)$$

$$\underline{\underline{v_C(t) = \frac{V_0}{3}\left(1 - e^{-\frac{3t}{2RC}}\right) \qquad 0 \le t < +\infty}}$$