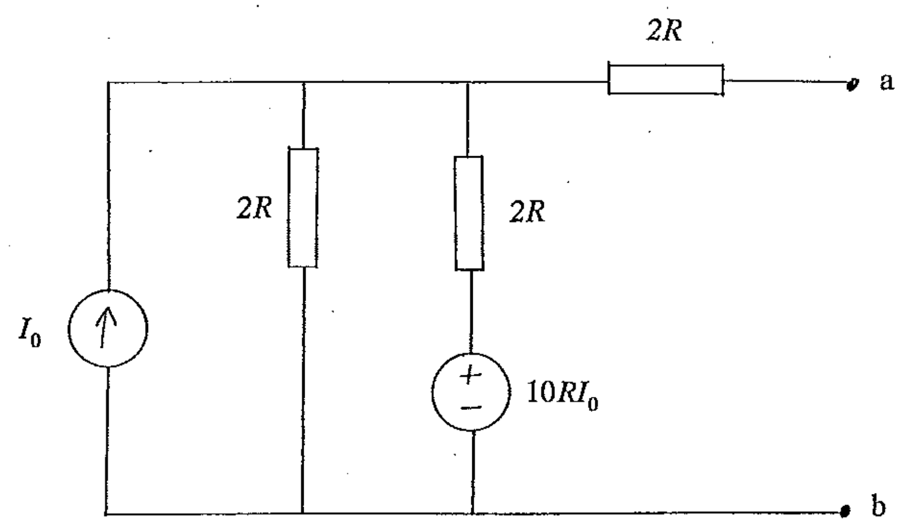
Ellära och elektronik, F2 och N2, kurskod: ETE115,
torsdag 2010-05-27, kl 14-19, Victoriastadion.

1.



Givet ovanstående elektriska nät. R och I_0 är kända.

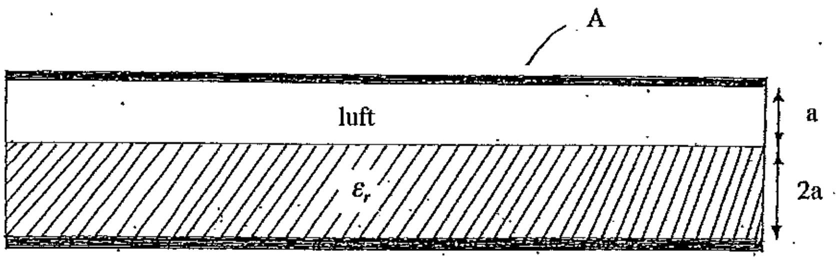
a) Bestäm och rita Théveninekvivalenten med avseende på polerna a och b.

b) Bestäm och rita Nortonekvivalenten med avseende på polerna a och b.

c) Vilket belastningsmotstånd R_L ska kopplas mellan polerna a och b om maximal effekt i R_L önskas?

d) Bestäm den maximala effekt P_{max} som erhålles i R_L om R_L väljes enligt föregående deluppgift.

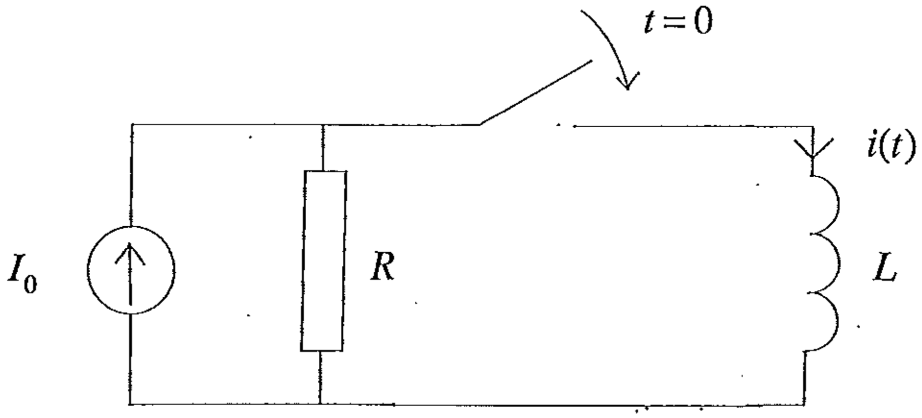
2.



I en plattkondensator är avståndet mellan plattorna lika med 3a. Arean av en av plattorna är lika med A. Först är det bara luft mellan plattorna och med hjälp av en spänningskälla så laddas plattkondensatorn upp till spänningen V_0. Sedan kopplas spänningskällan bort. Plattkondensatorn är nu alltså inte kopplad till någonting. När sedan en skiva av ett isolatormaterial med relativa permittiviteten ε_r och tjockleken 2a skjuts in i plattkondensatorn så sjunker spänningen till $\frac{V_0}{2}$.

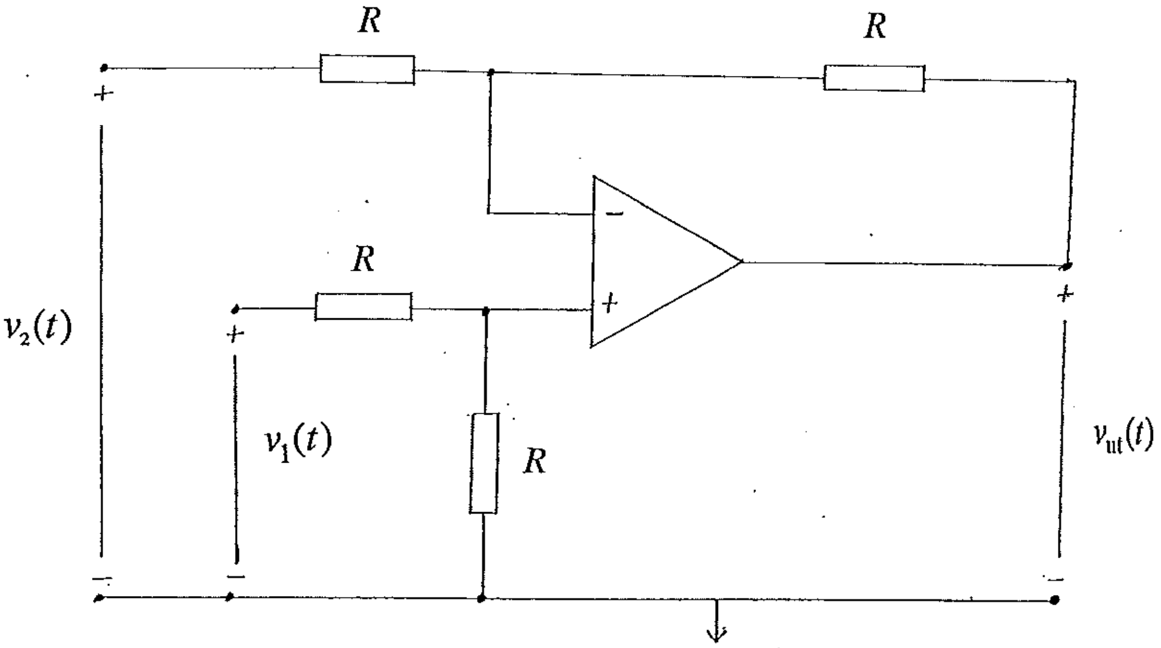
Bestäm skivans relativa permittivitet ε_r. Allt som är givet i texten förutom ε_r är känt.

3.



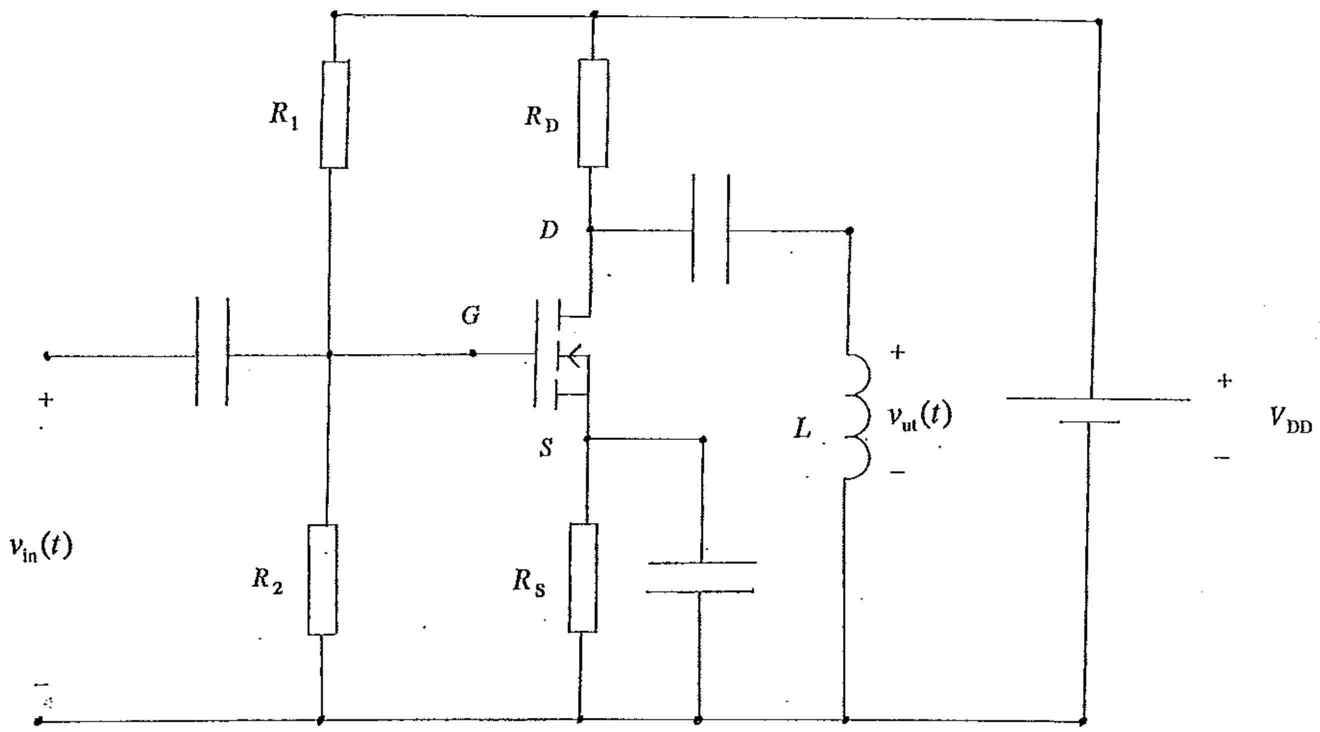
Spolen i kretsen ovan är energitom för $t<0$. Allt som är givet i figuren ovan är känt förutom strömmen $i(t)$.
Bestäm strömmen $i(t)$ för $t \geq 0$.

4.



Operationsförstärkaren i nätet ovan är ideal. Spänningarna $v_1(t)$ och $v_2(t)$ samt resistansen R är kända.
Bestäm spänningen $v_{ut}(t)$.

5.



En förstärkarkoppling som innehåller en NMOS-transistor visas i figuren ovan. Insignalen är känd och ges av

$$v_{in}(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

där $V_0 << V_{DD}$. Utsignalen $v_{ut}(t)$ är spänningen över spolen (se figuren ovan). Transistorns transkonduktans g_m är känd och transistorns drain-resistans r_d antages vara oändligt stor. Allt som är givet i figuren ovan är känt förutom utsignalen $v_{ut}(t)$. Kapacitanserna kan betraktas som stora.

a) Rita upp småsignalsschemat.

b) Bestäm utsignalen $v_{ut}(t)$.

Uppgift 6 finns på nästa sida.

6. En amerikansk fysiker vid namn Pupin kom på att man kan minska dämpningen för en dubbelledning genom att öka induktansen per längdenhet L (man kan öka induktansen per längdenhet genom att koppla in spolar med jämna mellanrum, dessa mellanrum måste vara mycket mindre än våglängden). Komplexa utbredningskonstanten γ kan skrivas om enligt

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = \sqrt{j\omega L j\omega C\left(1+\frac{R}{j\omega L}\right)\left(1+\frac{G}{j\omega C}\right)}$$

Antag att $\dfrac{R}{\omega L} << 1$ och $\dfrac{G}{\omega C} << 1$.

a) Härled ett uttryck för dämpningskonstanten α genom att använda att för små x kan $\sqrt{1+x}$ approximeras med $1 + \frac{x}{2}$. Detta gäller även när x är ett (litet) komplext tal. Vid lösning av denna deluppgift är ω, R, L, G samt C givna och kända.

b) Bestäm för vilket värde på L som dämpningen minimeras. Vid lösning av denna deluppgift är ω, R, G samt C givna och kända.

SLUT

Lösningar till tentamen i "Ellära och elektronik", 10-05-27.

1

a) Nodanalys ger

$$-I_0 + \frac{V_1}{2R} + \frac{V_1 - 10RI_0}{2R} = 0$$

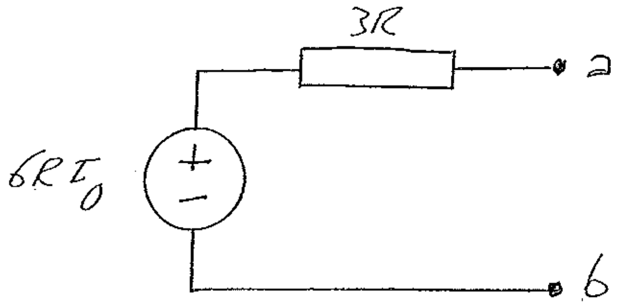
$$-2RI_0 + V_1 + V_1 - 10RI_0 = 0$$

$$2V_1 = 12RI_0$$

$$V_1 = 6RI_0 \Rightarrow \underline{\underline{V_{Th} = 6RI_0}}$$

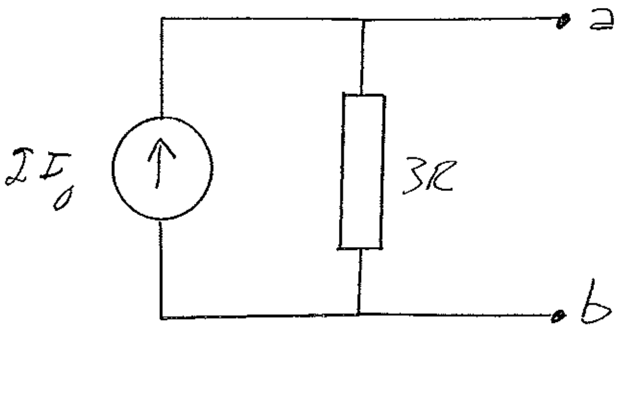
$$R_{inre} = [\text{nollställ generatorerna}] = 2R + \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} =$$

$$= 2R + R = 3R \Rightarrow \underline{\underline{R_{Th} = 3R}}$$



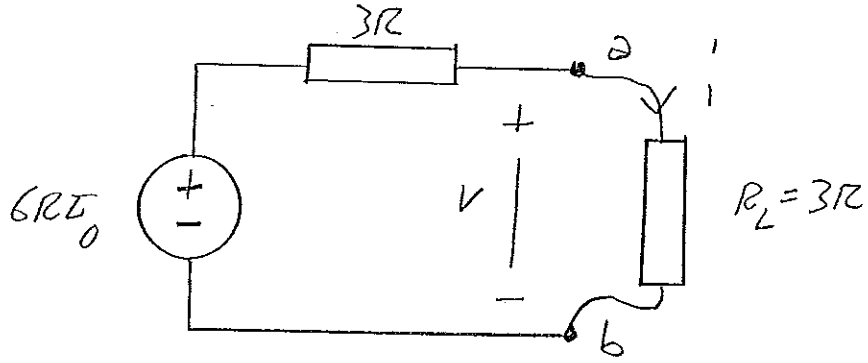
b) $V_{Th} = R_{inre} \cdot I_N \Rightarrow \underline{\underline{I_N}} = \frac{V_{Th}}{R_{inre}} = \frac{6RI_0}{3R} = \underline{\underline{2I_0}}$

$\underline{\underline{R_N}} = R_{Th} = R_{inre} = \underline{\underline{3R}}$



c) $\underline{\underline{R_L}} = [\text{effektanpassning}] = R_{inre} = \underline{\underline{3R}}$

d)



$$\underline{\underline{P_{max}}} = v \cdot i = \frac{1}{2}\, 6RI_0 \cdot \frac{6RI_0}{6R} = \underline{\underline{3RI_0^2}}$$

(2)

allmän formel: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$

$$C_{före} = \varepsilon_0 \frac{A}{3a} \qquad C_{efter} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{a} \qquad C_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{2a}$$

$$C_{efter} = \frac{1 \cdot \frac{\varepsilon_r}{2}}{1 + \frac{\varepsilon_r}{2}} \varepsilon_0 \frac{A}{a} = \frac{\varepsilon_r}{2 + \varepsilon_r} \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{a}$$

$$C_{före} = \frac{Q}{V_0} \qquad C_{efter} = \frac{2Q}{V_0}$$

$$\frac{C_{efter}}{C_{före}} = 2 \quad \text{och även} \quad \frac{C_{efter}}{C_{före}} = \frac{\varepsilon_r}{2 + \varepsilon_r} \cdot 3$$

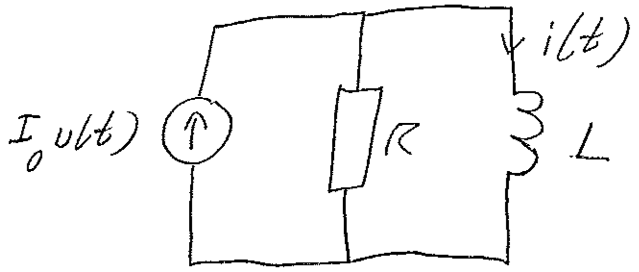
$$\Rightarrow$$

$$2 = \frac{\varepsilon_r}{2 + \varepsilon_r} \cdot 3$$

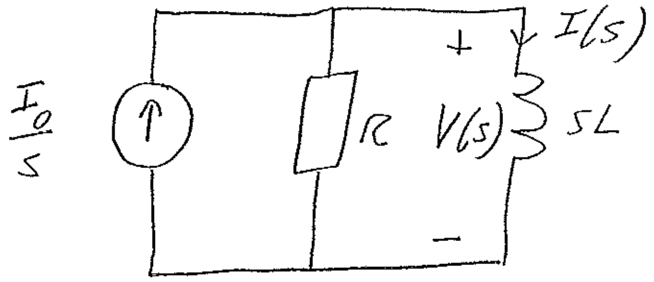
$$4 + 2\varepsilon_r = 3\varepsilon_r$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_r = 4}}$$

③



$$\xrightarrow{\mathcal{L}}$$



$$\begin{cases} -\frac{I_0}{s} + \frac{V(s)}{R} + I(s) = 0 \\ V(s) = sL\, I(s) \end{cases}$$

$$-\frac{I_0}{s} + \frac{sL}{R} I(s) + I(s) = 0$$

$$I(s)\left[1 + \frac{sL}{R}\right] = \frac{I_0}{s}$$

$$I(s) = \frac{I_0}{s\left[1 + \frac{sL}{R}\right]} = \frac{R I_0}{L} \frac{1}{s\left(\frac{R}{L} + s\right)}$$

$$\frac{1}{s\left(\frac{R}{L} + s\right)} = \frac{\frac{L}{R}}{s} + \frac{-\frac{L}{R}}{\frac{R}{L} + s}$$

$$I(s) = I_0 \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}} \right]$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$i(t) = I_0 \left[u(t) - e^{-\frac{Rt}{L}} u(t) \right]$$

$$i(t) = I_0 \left[1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right] u(t)$$

Svar: $i(t) = I_0 \left[1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right] \quad t \geq 0$

(4) potentialen på plusingången =

= —"— —"— minusingången $= v_3(t)$

KCL på plusingången:

$$\frac{v_3(t)-v_1(t)}{R} + \frac{v_3(t)-0}{R} = 0$$

$$2v_3(t) = v_1(t)$$

$$v_3(t) = \frac{v_1(t)}{2}$$

KCL på minusingången:

$$\frac{v_3(t)-v_2(t)}{R} + \frac{v_3(t)-v_{ut}(t)}{R} = 0$$

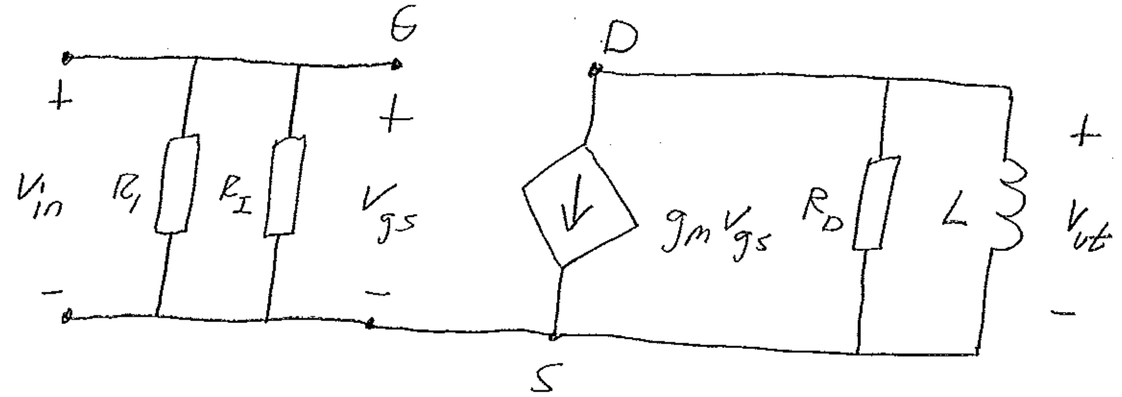
$$2v_3(t) - v_2(t) = v_{ut}(t)$$

$$\underline{\underline{v_{ut}(t)}} = 2v_3(t) - v_2(t) = \left[v_3(t) = \frac{v_1(t)}{2} \right] =$$

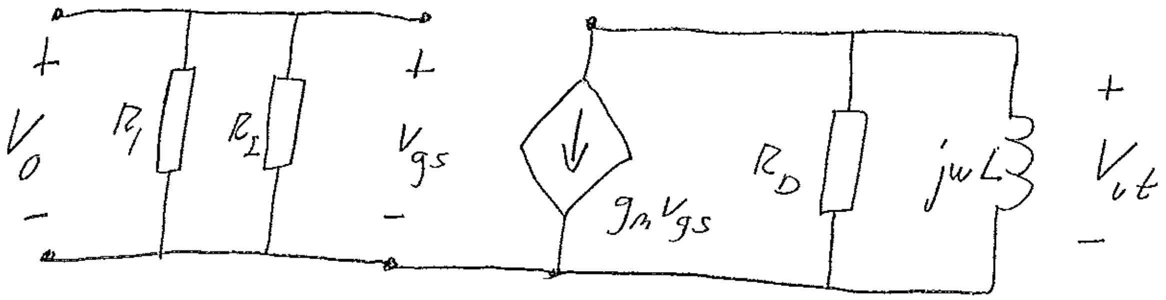
$$= \underline{\underline{v_1(t) - v_2(t)}}$$

5

a)



b) $\longrightarrow$ riktfas : $\cos(\omega t)$



$$V_{ut} = -\frac{R_D j\omega L}{R_D + j\omega L} g_m V_0 = e^{j\pi} \frac{R_D e^{j\frac{\pi}{2}} \omega L g_m V_0}{\sqrt{R_D^2 + \omega^2 L^2}\, e^{j\,\mathrm{ARCTAN}\left(\frac{\omega L}{R_D}\right)}} =$$

$$= \frac{R_D \omega L g_m V_0}{\sqrt{R_D^2 + \omega^2 L^2}} e^{j\left[\frac{3\pi}{2} - \mathrm{ARCTAN}\left(\frac{\omega L}{R_D}\right)\right]}$$

$\longrightarrow$ riktfas : $\cos(\omega t)$

$$v_{ut}(t) = \frac{R_D \omega L g_m V_0}{\sqrt{R_D^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2} - \mathrm{ARCTAN}\left(\frac{\omega L}{R_D}\right)\right)$$

(6)

a) $\gamma \approx j\omega\sqrt{LC}\left(1+\frac{1}{2}\frac{R}{j\omega L}\right)\left(1+\frac{1}{2}\frac{G}{j\omega C}\right)=$

$=j\omega\sqrt{LC}\left[1+\frac{1}{2}\frac{R}{j\omega L}+\frac{1}{2}\frac{G}{j\omega C}-\frac{RG}{4\omega^2 LC}\right]$

$Re(\gamma)=\sqrt{LC}\left[\frac{1}{2}\frac{R}{L}+\frac{1}{2}\frac{G}{C}\right]=$

$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}R+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}G$

$\underline{\underline{\alpha}}=Re(\gamma)=\underline{\underline{\frac{1}{2}R\sqrt{\frac{C}{L}}+\frac{1}{2}G\sqrt{\frac{L}{C}}}}$

b) $f(x)=R\sqrt{\frac{C}{x}}+G\sqrt{\frac{x}{C}}=R\sqrt{C}\,x^{-\frac{1}{2}}+\frac{G}{\sqrt{C}}\,x^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{cases} f'(x)=R\sqrt{C}\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}}+\frac{G}{\sqrt{C}}\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \\ f'(x)=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \quad 0=R\sqrt{C}\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{G}{\sqrt{C}}\frac{1}{2}x$

$R\sqrt{C}=\frac{G}{\sqrt{C}}x$

$x=\frac{RC}{G}$

$\underline{\underline{L=\frac{RC}{G}}}$