Kontrollskrivning i Elektromagnetisk fältteori för E,
tisdag 2012-10-16, kl 13:15-15:00, sal Sparta CD.

Enda tillåtna hjälpmedel är institutionens formelsamling.
Lösning krävs dvs det räcker inte med bara svar. Men lösningen kan för vissa uppgifter vara mycket kortfattad. Om svaret är en vektor så ska riktningen tydligt framgå av figur eller på annat sätt. Om svaret är en riktad skalär, såsom exempelvis en strömstyrka eller en spänning, så ska referensriktningen framgå av lösningen.

1. En punktladdning $3q$ befinner sig i punkten $(x,y,z)=(0,0,a)$. En annan punktladdning $8q$ befinner sig i punkten $(x,y,z)=(0,0,3a)$. Det gäller att $a>0$. Bestäm elektriska kraften $\overline{F}$ på punktladdningen $3q$.

2. En cirkulär slinga av ledningstråd har radien $3a$. På ledningstråden (dvs på slingan) finns laddningen $2Q$ jämnt fördelad.
   a) Bestäm elektriska potentialen V i slingans centrum.
   b) Bestäm elektriska fältstyrkan $\overline{E}$ i slingans centrum.

3. Punkten P har de kartesiska koordinaterna $(x,y,z)=(0,3a,3a)$ där $a>0$.
   Bestäm de sfäriska koordinaterna R, θ och φ för punkten P.

4. Givet ett vektorfält $\overline{A}$ enligt

$$\overline{A} = x^2\, y\, z^2\, \overline{e}_x + x^2\, y^2\, z\, \overline{e}_y + x\, y^3\, z\, \overline{e}_z$$

   a) Bestäm divergensen av vektorfältet $\overline{A}$, dvs bestäm $\nabla \bullet \overline{A}$ för en godtycklig punkt i rummet (x,y,z).
   b) Bestäm $\nabla \bullet \overline{A}$ i punkten $(x,y,z)=(a,2a,\frac{a}{2})$.

5. I origo finns en punktladdning $3q$. Ytan S är en tänkt sluten sfärisk yta med radie a. Ytan S ligger symmetriskt kring origo (origo ligger i centrumpunkten till ytan S).

   Bestäm $\oint_S \overline{D} \bullet \overline{e}_n dS$ där $\overline{D}$ är elektriska förskjutningen och $\overline{e}_n$ är utåtriktad enhetsnormalvektor.

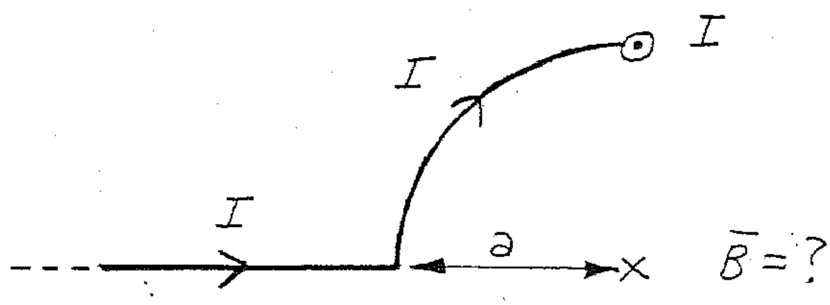
6. I origo finns en punktdipol med styrkan $p\,\bar{e}_z$. I punkten $(x,y,z)=(a,0,0)$ finns en punktladdning $5q$.
Bestäm elektriska kraften $\bar{F}$ som verkar på punktladdningen. Svaret ska ges i kartesiska koordinater dvs på formen $F_x\,\bar{e}_x + F_y\,\bar{e}_y + F_z\,\bar{e}_z$.

7. En tunn lång remsa har längden L, bredden b och tjockleken d. Remsan består av ett material med konduktiviteten σ.
Bestäm resistansen R mellan remsans ändytor.

8. Givet två ledande kroppar i vakuum. Delkapacitansen mellan ledare ett och oändligheten är $3C_0$. Delkapacitansen mellan ledare två och oändligheten är $4C_0$. Ömsesidiga delkapacitansen (dvs delkapacitansen mellan ledarna) är $2C_0$. Ledare ett har potentialen V_0 och ledare två har potentialen $5V_0$.
Bestäm laddningen Q_2 på ledare två.

9. Två koncentriska (dvs deras centrumpunkter sammanfaller) ledande sfäriska skal har radierna a respektive $4a$. Skalen är tunna och har oändlig ledningsförmåga. I området mellan skalen finns en vätska med ledningsförmågan σ.
Bestäm resistansen R mellan skalen.

10.



En lång rak ledningstråd löper enligt figuren ovan. Först går ledningstråden rakt åt höger, sedan böjer den i en kvartscirkel och slutligen går den rakt mot betraktaren. En konstant ström I flyter i ledningstråden. Radien i kvartscirkeln är lika med a.
Bestäm magnetiska flödestätheten $\bar{B}$ i kvartscirkelns centrum.

SLUT

Facit till kontrollskrivning i elektromagnetisk fältteori för E, tisdag 2012-10-16, kl 13:15-15:00, sal Sparta CD.

1. $\bar{F} = -\dfrac{3q^2}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\bar{e}_z$

2. a) $V = \dfrac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}$

   b) $\bar{E} = 0$

3. $R = 3\sqrt{2}a \quad \theta = \dfrac{\pi}{4} \quad \varphi = \dfrac{\pi}{2}$

4. a) $\nabla \cdot \bar{A} = 2\,x\,y\,z^2 + 2\,x^2\,y\,z + x\,y^3$

   b) $\nabla \cdot \bar{A} = 11\,a^4$

5. $3q$

6. $\bar{F} = -\dfrac{5pq}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\bar{e}_z$

7. $\mathrm{R} = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{bd}}$

8. $Q_2 = 28C_0V_0$

9. $R = \dfrac{3}{16\pi\sigma a}$

10. Den första raka delen ger inget bidrag, kvartscirkeln ger en fjärdedel av vad en hel cirkel hade givit och den sista raka delen som går rakt mot betraktaren ger hälften av vad en oändligt lång rak ledare hade givit. Om man inför ett kartesiskt koordinatsystem med x-axel åt höger och med z-axel mot betraktaren så erhålls:

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\bar{e}_x - \frac{\mu_0 I}{8a}\bar{e}_z$$