

Vi utgår ifrån ett LTI-system som beskrivs av nedanstående allmänna differens-ekvation:

$$y(n) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

$y(-1)=y(-2)=\dots=y(-N)=0$ (dvs alla begynnelsevärden lika med noll)

Z-transform:

$$Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \dots + a_N z^{-N} Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + \dots + b_M z^{-M} X(z)$$

$$Y(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} X(z) = H(z) X(z)$$

I Matlab skriver vi täljarpolynom **B**, och nämnarpolynom **A**, enligt

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_M]$$

$$A = [1, a_1, \dots, a_N]$$

Funktion: "impz.m" skapar impulssvaret till H(z),

Ex:

$$H(z) = \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - 1.27z^{-1} + 0.81z^{-2}}$$

B=[0, 1, -1];A=[1, -1.27, 0.81];

h=impz(B,A,40);

%skapar de första 40 samplen i h(n)

stem(0:39,h);

%skapar en plot av impulssvaret

Funktion: "filter.m" skapar en utsignal till H(z), ur en insignal x(n)

Ex forts,

Insignalen och H(z) är given av

$$x(n) = \cos\left(2\pi \frac{1}{16}n\right) u(n), \quad H(z) = \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - 1.27z^{-1} + 0.81z^{-2}}$$

```
x=cos(2*pi/16*(0:99));           %skapar en insignal av längd 100  
B=[0, 1, -1];A=[1, -1.27, 0.81];  
y=filter(B,A,x);                 %skapar utsignalen av längd 100  
plot(0:99,y);
```

Funktion: "zplane.m" plottar poler och nollställen till H(z)

Ex, forts

$$H(z) = \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - 1.27z^{-1} + 0.81z^{-2}}$$

```
B=[0, 1, -1];A=[1, -1.27, 0.81];  
zplane(B,A)
```

Funktion: "poly.m" skapar ett polynom ur poler/nollställen

Ex,

```
n1=exp(j*2*pi/8);n2=exp(-j*2*pi/8); %2 nollställen på  
enhetscirkeln vid frekvens f=+/- 1/8
```

```
p1=0.95*exp(j*2*pi/8);p2=0.95*exp(-j*2*pi/8); %2 poler med  
radie 0.95 vid frekvens f=+/- 1/8
```

```
B=poly([n1, n2]); %skapar polynom ur nollställena
```

```
A=poly([p1,p2]); %skapar polynom ur polerna
```

`zplane(B,A)` `%plottar poler/nollställen`

Funktion: "cumtrapz.m" utför en numerisk integration av komplexvärd funktion

Ex,

Beräkna

$$\int_{f=-1/2}^{1/2} \frac{2e^{j2\pi f}}{1-0.5e^{-j2\pi f}} df$$

`i=sqrt(-1);` `%skapar imaginära enheten`
`z=2*exp(i*2*pi*(-0.5:0.01:0.5))./(1-0.5*exp(-i*2*pi*(-0.5:0.01:0.5)));`
`%evaluerar funktionen i 101 diskreta punkter mellan f=-0.5 till f=0.5`
`ct = cumtrapz(z*0.01);ct(end)` `%beräknar kumulativ integral, där sista`
`värdet består av hela integrationsintervallet`

Funktion: "freqz.m" beräknar TDFT av H(z)

Ex,

$$H(z) = \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - 1.27z^{-1} + 0.81z^{-2}}$$

`B=[0, 1, -1];A=[1, -1.27, 0.81];`

`[H,w]=freqz(B,A,'whole');` `%beräknar DTFT i diskreta punkter`
`-pi<w<pi, (-0.5<f<0.5)`

`plot(w/2/pi,abs(H));%plottar absolutbeloppet av H(f)`

`plot(w,abs(H));` `%plottar absolutbeloppet av H(w)`

`[H,w]=freqz(B,A);` `%beräknar DTFT i diskreta punkter 0<w<pi,`
`(0<f<0.5)`

`plot(w/2/pi,abs(H));%plottar absolutbeloppet av H(f)`

`plot(w,abs(H));` `%plottar absolutbeloppet av H(w)`

Funktion: "residuez.m" utför partialbråksuppdelning av H(z)

Ex, beräkna följande med "residuez.m"

$$H(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1} + \frac{3}{16}z^{-2})} = \frac{A}{1 - 0.75z^{-1}} + \frac{B}{1 - 0.25z^{-1}}$$

B=1;A=[1, -1, 3/16];

[r,p,k]=residuez(B,A); %r – innehåller A = r(1) och B = r(2) med tillhörande poler p(1) och p(2),

Dvs

A=r(1)=1.5 (eftersom p(1)=0.75, dvs A tillhör pol 0.75)

B=r(2)=-0.5 (eftersom p(2)=0.25, dvs B tillhör pol 0.25)

dvs

$$H(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1} + \frac{3}{16}z^{-2})} = \frac{1.5}{1 - 0.75z^{-1}} - \frac{0.5}{1 - 0.25z^{-1}}$$

(k innehåller ev. rest om täljarpolynomet har högre eller lika hög ordning som nämnarpolynomet, i exemplet ovan är k = [empty] då ordningen av täljaren är 0 och ordning av nämnaren är = 2.)