

Ex fältning | Del av tentzuppg. 3 2009.

Vi har $h_1(n) = 0.5^n u(n)$
 $h_2(n) = 0.5 \cdot 0.5^{n-1} u(n-1)$

Beräkna $h(n) = h_1(n) * h_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1(k) h_2(n-k)$ [ent] [Det.]
 $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_2(k) \cdot h_1(n-k)$ [ent. regel] [fältning kommutativ]

a) $h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1(k) \cdot h_2(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{0.5^k u(k)}_{h_1(k)} \cdot \underbrace{0.5 \cdot 0.5^{n-k-1} u(n-k-1)}_{h_2(n-k)}$
 $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} 0.5^k \cdot \underbrace{0.5 \cdot (0.5)^{n-1}}_{=1} \cdot 0.5^n \cdot 0.5^{-k} \cdot \underbrace{u(k)}_{=0 \text{ om } k < 0} \cdot \underbrace{u(n-k-1)}_{=0 \text{ om } n-k-1 < 0 \text{ dvs } k > n-1}$

$\Rightarrow h(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \underbrace{0.5^k \cdot 0.5^{-k} \cdot 0.5^n}_{=1} = 0.5^n \cdot \sum_{k=0}^{n-1} 1$
↑
beror ej på k
 $= n \cdot 0.5^n u(n-1)$

Svar: $h(n) = n \cdot 0.5^n u(n-1)$

detta kommer från gränserna i summationen
dvs övre- och nedre gränser
 $= (n-1) - (0) = n-1$

forts →

b) Berechnen summe faltung (omvänd) dvs

$$h(n) = h_2(n) * h_1(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_2(k) h_1(n-k) =$$

← omvänd ordning

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{0,5 \cdot 0,5^{k-1} u(k-1)}_{h_2(k)} \cdot \underbrace{0,5^{n-k} u(n-k)}_{h_1(n-k)}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{0,5 \cdot 0,5^k}_{=1} \cdot \underbrace{(0,5)^{-1}}_{=1} \cdot 0,5^n \cdot \underbrace{0,5^{-k}}_{=0 \text{ om } k < 0} \cdot \underbrace{u(k-1)}_{=0 \text{ om } n-k < 0} \cdot u(n-k)$$

⇒ k > n

$$= \sum_{k=1}^n 0,5^n = 0,5^n \cdot \sum_{k=1}^n 1 = n \cdot 0,5^n u(n-1)$$

↑
beror ej på k

(n) (n-1)

övre gräns minus
undre gräns

⇒ Svar $h(n) = n \cdot 0,5^n u(n-1)$

dvs summa som 2)

c) Bestäm fältningen mhz z-transform.

$$h_1(n) = 0,5^n u(n) \xrightarrow{\text{z-transform}} H_1(z) = \frac{1}{1-0,5z^{-1}}$$

$$h_2(n) = 0,5 \cdot \underbrace{0,5^{n-1} u(n-1)}_{\text{Fördröj 1steg } = z^{-1}} \xrightarrow{\text{z-transform}} H_2(z) = 0,5z^{-1} \frac{1}{1-0,5z^{-1}}$$

$$\Rightarrow H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) = \frac{1}{1-0,5z^{-1}} \cdot \left(0,5z^{-1} \cdot \frac{1}{1-0,5z^{-1}} \right)$$

$$= 0,5z^{-1} \cdot \underbrace{\frac{1}{(1-0,5z^{-1})^2}}_{\Rightarrow (n+1)0,5^n u(n)}$$

Inv. z-transform (F.S. sid 15)

$$\Rightarrow h(n) = 0,5 \cdot (n+1-1) \cdot 0,5^{n-1} u(n-1)$$

$$\Rightarrow h(n) = 0,5 n \cdot 0,5^{n-1} u(n-1)$$

$$\text{Suzer } h(n) = n \cdot 0,5^n u(n-1)$$
