Lösningar till tentamen ESS010 del 2, 8 maj 2015

1

$$v_{\mathrm{ut}} = \frac{R_3 R_{\mathrm{o}2}}{R_3 + R_{\mathrm{o}2}} A i_1$$
$$i_1 = \frac{R_{\mathrm{o}1}}{R_{\mathrm{o}1} + R_{\mathrm{i}2}} G v_i$$
$$v_i = \frac{R_{\mathrm{i}1}}{R_{\mathrm{s}} + R_{\mathrm{i}1}} v_{\mathrm{s}}$$

Detta ger

$$\text{Svar} : A_{\mathrm{S}} = \frac{R_3 R_{\mathrm{o}2} R_{\mathrm{o}1} R_{\mathrm{i}1}}{(R_3 + R_{\mathrm{o}2})(R_{\mathrm{o}1} + R_{\mathrm{i}2})(R_{\mathrm{s}} + R_{\mathrm{i}1})} AG$$

2

a)

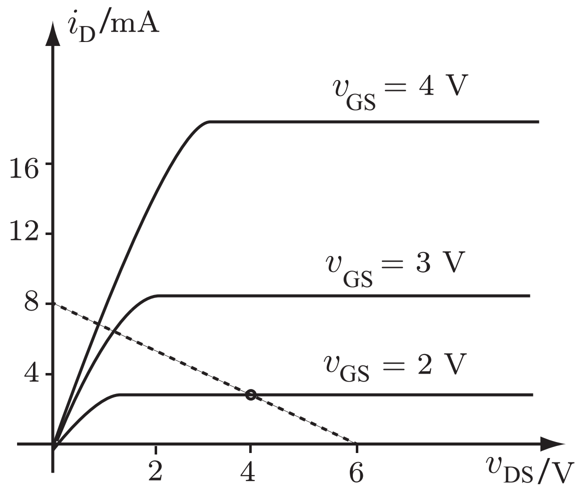
A	B	C	UT
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0

b) De tre understa är NMOS och de tre översta PMOS

c) Alla tre strömmarna är noll.

3

Det gäller att $V_{\mathrm{GS}} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\mathrm{DD}} = \dfrac{1}{1 + R_1/R_2} V_{\mathrm{DD}}$. Därmed fås $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{V_{\mathrm{DD}}}{V_{\mathrm{GS}}} - 1 = 2$.



Arbetspunkten ligger på den räta linjen

$$V_{DD} = RI_D + V_{DS},$$

vilket är den streckade linjen i diagrammet. Vi har utnyttjat att linjen måste gå genom arbetspunkten och genom punkten $(V_{DS}, I_D) = (6\,\mathrm{V}, 0\,\mathrm{A})$. Vi avläser att då $V_{DS} = 0$ V är $I_D = 8$ mA. Det ger $R = \dfrac{6}{0.008} = 750\,\Omega$.

Svar: $\dfrac{R_1}{R_2} = 2$ och $R = 750\,\Omega$

4

a) För en ideal, negativt återkopplad operationsförstärkare gäller att $v_p = v_n$ och $i_p = i_n = 0$. Tillsammans med nodanalys ger det v_{ut}

Svar:

För a) gäller $v_{ut} = (1 + R_1/R_2)v_a$
För b) gäller $v_{ut} = -R_2/R_1 v_a$
För c) gäller $v_{ut} = \dfrac{R_a + R_f}{R_a}\dfrac{R_d}{R_d + R_c}v_b - \dfrac{R_f}{R_a}v_a$

b) Kopplingen i c) passar bäst. För att v_m skall försvinna väljer vi att $\frac{R_a+R_f}{R_a}\frac{R_d}{R_d+R_c} = \frac{R_f}{R_a}$. Det ger $\frac{R_c}{R_d} = \frac{R_a}{R_f}$. Eftersom v_k skall förstärkas med en faktor 10 låter vi $\frac{R_c}{R_d} = \frac{R_a}{R_f} = 0.1$. Vi kopplar in v_1 som v_b och v_2 som v_a.

5

Eftersom kretsen är en integrator fås utspänningen

$$v_{\mathrm{ut}}(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t V_0\,dt = -V_0\frac{t}{RC}$$

så länge $|v_{\mathrm{ut}}(t)| \leq 10$ V Motsvarande ström ges av

$$i(t) = \frac{v_{\mathrm{ut}}(t)}{R} = -V_0\frac{t}{R^2C}$$

Tidpunkten när utspänningen når -10 V ges av

$$V_0\frac{t}{RC} = 10 \Rightarrow t = RC\frac{10}{V_0} = 0.5\,\mathrm{s}$$

efter det blir strömmen $i(t) = -10/R$

<u>Svar:</u> Strömmen ges av

$$i(t) = \begin{cases} -0.02t\,\mathrm{A}, \text{för } 0 < t < 0.5\,\mathrm{s} \\ -0.01\,\mathrm{A}, \text{ för } t > 0.5 \text{ s} \end{cases}$$

6

a) När spänningskällan ger en likspänning V_{s} fungerar spolen som en kortslutning och kondensatorn som ett avbrott. För $t < 0$ går därför strömmen genom spolen och därefter genom resistansen som ligger parallellt med kondensatorn. Vi kallar strömmen genom spolen för $i_L(t)$. Därmed är $i_L(0) = \dfrac{V_{\mathrm{s}}}{R}$ och $v_2(0) = V_{\mathrm{s}}$. För $t > 0$ delas kretsarna upp i en RL-krets och en RC-krets med begynnelsevillkoren $i_L(0) = \frac{V_{\mathrm{s}}}{R}$ och $v_2(0) = V_{\mathrm{s}}$. Differentialekvationen som bestämmer strömmen i RL-kretsen är

$$L\frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t) = 0$$

Lösningen ges av

$$i_L(t) = i_L(0)e^{-t/\tau} = \frac{V_0}{R}e^{-t/\tau_L}$$

där $\tau_L = L/R$. Spänningen $v_1(t)$ ges av

$$v_1(t) = -Ri_L(t) = -V_{\mathrm{s}}e^{-t/\tau_L}$$

I $RC-$kretsen gäller att spänningen för $t > 0$ avtar exponentiellt enligt

$$v_2(t) = V_{\mathrm{s}}e^{-t/\tau_C}$$

där $\tau_C = RC$.

b) Kontakten öppnas vid tidpunkten $t = 0$ och före det råder ett stationärt tillstånd. För $t < 0$ kan vi bestämma strömmen genom spolen och spänningen över kondensatorn med jω-metoden. Vi utnyttjar att $\dfrac{\omega L}{R} = \omega RC = 1$ eftersom det leder till relativt enkla uttryck. Det ger också att $\tau_L = \dfrac{L}{R} = \tau_C = RC = \omega^{-1}$ Impedansen som är kopplad till spänningskällan är

$$Z = \mathrm{j}\omega L || R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} || R = \frac{\mathrm{j}\omega L}{1+\mathrm{j}} + \frac{R}{1+\mathrm{j}} = R$$

Spänningsdelning ger de komplexa spänningarna V_1 och V_2

$$V_1 = \frac{\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}} V_0$$
$$V_2 = \frac{1}{1+\mathrm{j}} V_0 = \frac{V_0}{\sqrt{2}} e^{-\mathrm{j}\pi/4}$$

Strömmen genom spolen är därmed $I_L = \dfrac{V_1}{\mathrm{j}\omega L} = \dfrac{V_0}{(1+\mathrm{j})\omega L} = \dfrac{V_0}{\sqrt{2}\omega L} e^{-\mathrm{j}\pi/4}$. Tidsuttrycken för $i_L(t)$ och $v_2(t)$ för $t < 0$ är därmed

$$i_L(t) = \frac{V_0}{\sqrt{2}\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$
$$v_2(t) = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

När kontakten bryts gäller

$$i_L(0) = \frac{V_0}{2\omega L}$$
$$v_2(0) = \frac{V_0}{2}$$

För $t > 0$ gäller $i_L(t) = i_L(0)e^{-t/\tau_L}$ och $v_2(t) = v_2(0)e^{-t/\tau_C}$, där $\tau_C = \tau_L = \omega^{-1}$. Detta ger

<u>Svar:</u>

$$v_1(t) = -RI_L(t) = -\frac{V_0}{2} e^{-\omega t}$$
$$v_2(t) = \frac{V_0}{2} e^{-\omega t}$$

Notera att $v_1(t) = -v_2(t)$