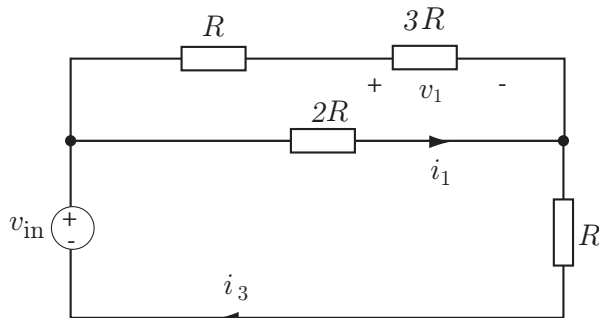


Tentamen i Elektronik för E, ESS010, 12 april 2010

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori

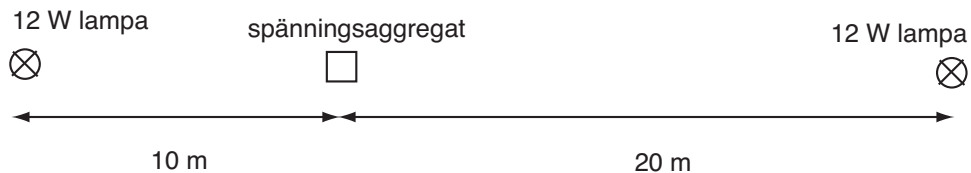
1



Spänningen v_{in} och R är kända.

- Bestäm i_1 och i_3 .
- Bestäm v_1 .

2

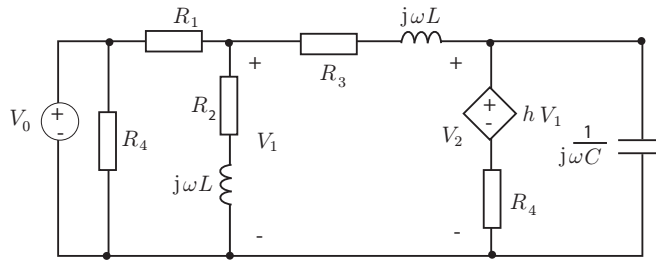


Johan skall ordna belysning på två ställen i en byggnad. Han har två 12 V glödlampor som vardera ger effekten 12 W (likspänning). Johan har ett likspänningsaggregat med variabel spänning 0-20 V och försumbar inre resistans. Aggregatet är placerat så att det är 10 meter från aggregatet till den ena lampan och 20 meter till den andra, se figur. För att koppla in lamporna har Johan införskaffat lite drygt 100 m kopplingstråd. Kopplingstråden har en resistans per längdenhet av $0.2 \Omega/\text{m}$.

- Hur stor resistans har vardera lampan?
- Hur skall Johan koppla för att båda lamporna skall lysa lika starkt med så liten effektförlust som möjligt i kopplingstrådarna? Rita ett kopplingschema där lampor och kopplingstrådar ritas som resistanser och spänningsaggregatet som en ideal spänningskälla.
- Vilken spänning skall spänningsaggregatet ge för att vardera lampa skall förbruka 12 W?

Ledning: Siffervärdena är valda så att man inte behöver räknedosa. Notera att Johan kan utnyttja möjligheten att dra dubbla kopplingstrådar.

3

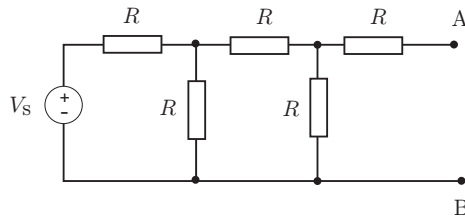


Vinkelfrekvensen ω , den komplexa spänningen V_0 , samt L , C , h , R_1 , R_2 , R_3 och R_4 är kända. Bestäm ett ekvationssystem med två ekvationer ur vilka de komplexa spänningarna V_1 och V_2 kan bestämmas. Ekvationssystemet skall skrivas på formen

$$\begin{aligned} a_{11}V_1 + a_{12}V_2 &= b_1 \\ a_{21}V_1 + a_{22}V_2 &= b_2 \end{aligned}$$

där konstanterna a_{ij} och b_j endast får innehålla kända storheter.

4



- Bestäm kretsens Theveninekvivalent.
- Hur stor effekt kan man maximalt få ut i en resistans som kopplas in mellan A och B ?

5

En signal är en summa av två tidsharmoniska signaler med olika frekvenser. Signalen ges av

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

där

$$\begin{aligned} v_1(t) &= V_0 \cos(\omega_1 t) \\ v_2(t) &= V_0 \cos(\omega_2 t) \end{aligned}$$

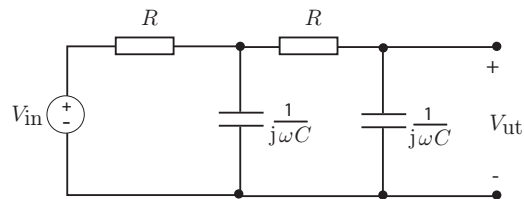
med $\omega_1 = 10^4$ rad/s och $\omega_2 = 10^8$ rad/s. Du har tillgång till en kondensator med kapacitansen $C = 10$ nF, en spole med induktansen $L = 10$ mH och fyra stycken motstånd med resistanserna $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ och $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$.

- Använd spolen och ett av motstånden för att konstruera ett filter som filtrerar bort $v_2(t)$ men inte $v_1(t)$. Kravet är att $v_2(t)$ skall dämpas minst 55 dB medan

$v_1(t)$ inte skall dämpas mer än 3 dB. Rita ett kretsschema, ange vilken resistans du använder och bestäm brytvinkelfrekvensen för ditt filter.

b) Använd kondensatorn och ett av motstånden för att konstruera ett filter som filtrerar bort $v_1(t)$ men inte $v_2(t)$. Kravet är att $v_1(t)$ skall dämpas minst 55 dB medan $v_2(t)$ inte skall dämpas mer än 3 dB. Rita ett kretsschema, ange vilken resistans du använder och bestäm brytvinkelfrekvensen för ditt filter.

6



- Bestäm överföringsfunktionen $H = \frac{V_{\text{ut}}}{V_{\text{in}}}$ för tvåporten.
- Vid vilken vinkelfrekvens är fasskillnaden mellan in- och utsignal 90 grader? Vinkelfrekvensen skall uttryckas i R och C .
- Bestäm den tidsberoende utsignalen $v_{\text{ut}}(t)$ vid vinkelfrekvensen i b) om insignalen ges av

$$v_{\text{in}}(t) = V_0 \sin \omega t$$

Lösningar till tentamen i Elektronik för E, ESS010, 12 april 2010

1

a)

$$i_3 = \frac{v_{\text{in}}}{R + 2R \parallel 4R} = \frac{3v_{\text{in}}}{7R}$$

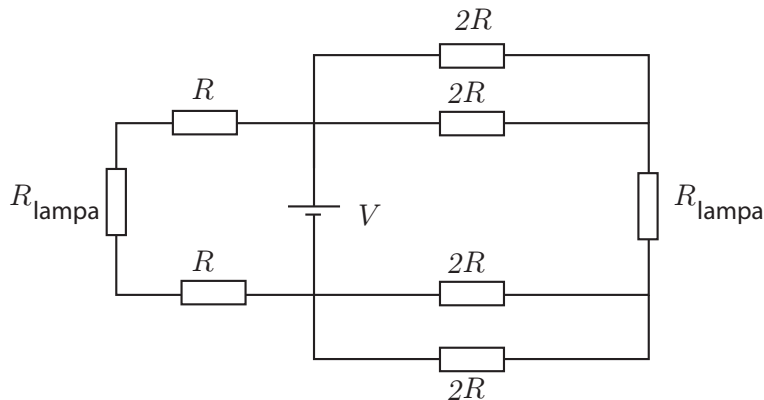
Strömgrening ger

$$i_1 = \frac{4R}{2R + 4R} i_3 = \frac{2v_{\text{in}}}{7R}$$

b) Strömmen genom motståndet $3R$ är $i_2 = i_3 - i_1 = \frac{v_{\text{in}}}{7R}$. Därmed gäller

$$v_1 = 3Ri_2 = \frac{3}{7}v_{\text{in}}$$

2



a) $P = \frac{V^2}{R_{\text{lampa}}}$ där $V = 12 \text{ V}$ och $P = 12 \text{ W}$. Detta ger $R_{\text{lampa}} = 12 \Omega$.

b) Kopplingstrådarna till de båda lamporna måste ha samma resistans för att lamporna skall lysa lika starkt. För att minimera effektförlusterna utnyttjar Johan all kopplingstråd. Han drar dubbla ledningar till den bortre lampan och enkelledning till den närmaste lampan. Det ger kopplingsschemat i figuren där $R = 10 \cdot 0.2 = 2 \Omega$.

c) Spänningsdelning ger

$$V_{\text{lampa}} = \frac{R_{\text{lampa}}}{2R + R_{\text{lampa}}} V = \frac{3}{4} V$$

Eftersom $V_{\text{lampa}} = 12 \text{ V}$ skall spänningsaggregatet ge spänningen

$$V = \frac{4}{3} 12 = 16 \text{ V}$$

3

Nodanalys ger följande ekvationer för de två övre väsentliga noderna.

$$\begin{aligned}\frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_1}{R_2 + j\omega L} + \frac{V_1 - V_2}{R_3 + j\omega L} &= 0 \\ \frac{V_2 - V_1}{R_3 + j\omega L} + \frac{V_2 - hV_1}{R_4} + V_2 j\omega C &= 0\end{aligned}$$

Genom att stuva om termerna fås

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L} + \frac{1}{R_3 + j\omega L}\right)V_1 - \frac{1}{R_3 + j\omega L}V_2 &= \frac{V_0}{R_1} \\ -\left(\frac{1}{R_3 + j\omega L} + \frac{h}{R_4}\right)V_1 + \left(\frac{1}{R_3 + j\omega L} + \frac{1}{R_4} + j\omega C\right)V_2 &= 0\end{aligned}$$

4

a) Spänningsdelning ger $V_{TH} = \frac{1}{2} \frac{R \parallel 2R}{R + R \parallel 2R} V_s = \frac{1}{5} V_s$. Theveninresistansen ges av

$$R_{TH} = R + R \parallel (R + R \parallel R) = R + R \parallel \frac{3R}{2} = \frac{8}{5} R$$

b) Maximal effekt erhålls om belastningsresistansen är $R_b = R_{TH} = \frac{8}{5} R$. Den maximalt utvecklade effekten ges av

$$P_{max} = \frac{V_b^2}{R_b} = \frac{(V_{TH}/2)^2}{R_{TH}} = \frac{V_s^2}{160R}$$

5

a) Vi behöver ett lågpassfilter. Vi använder spolen och en resistans och tar ut signalen över resistansen. Brytvinkelfrekvensen för filtret är $\omega_b = R/L$. Om vi väljer denna till 10^5 rad/s så dämpas v_1 is stort sett inte alls medan v_2 dämpas 60 dB. Vi behöver då en resistans $R = \omega_b L = 10^5 \cdot 10^{-2} = 1 \text{ k}\Omega$.

b) Vi behöver nu ett högpasfilter. Vi använder en resistans och kondensatorn och tar ut signalen över resistansen. Brytvinkelfrekvensen ges av $\omega_b = \frac{1}{RC}$. Vi låter $\omega_b = 10^7$ rad/s. Då dämpas v_2 nästan inte alls medan v_1 dämpas 60 dB. Vi skall välja resistansen $R = 1/(\omega_b C) = 10 \Omega$.

6

a) Överföringsfunktionen ges av

$$H = \frac{1}{1 - (\omega RC)^2 + 3j\omega RC}$$

b) Fasskillnaden är 90 grader när H är rent imaginär. Detta ger $1 - (\omega RC)^2 = 0$ och $\omega = \frac{1}{RC}$.

c) Vi låter $\sin \omega t$ vara riktfas. Den komplexa insignalen ges då av $V_{\text{in}} = V_0$ och utsignalen ges av

$$V_{\text{ut}} = V_{\text{in}}H = V_0 \frac{1}{3j\omega RC} = \frac{V_0}{3j} = \frac{V_0}{3} e^{-j\pi/2}$$

Den tidsberoende utsignalen ges av

$$v_{\text{ut}}(t) = \text{Im}\{V_{\text{ut}}e^{j\omega t}\} = \frac{V_0}{3} \sin(\omega t - \pi/2) = -\frac{V_0}{3} \cos(\omega t)$$