

# Kösystem, måndagen den 28 maj 2018

Tillåtna hjälpmedel: Räknedosa, formelsamling

## Uppgift 1

Ett kösystem har två betjänare och en buffertplats. Tiden mellan ankomsterna är alltid exponentialfördelad med medelvärdet 0.1 sekund och medelbetjäningstiden är 0,2 sekunder, också den exponentialfördelad. En kund som väntar i bufferten lämnar kösystemet med intensiteten 10 per sekund utan att betjänas på grund av att den kan bli otålig.

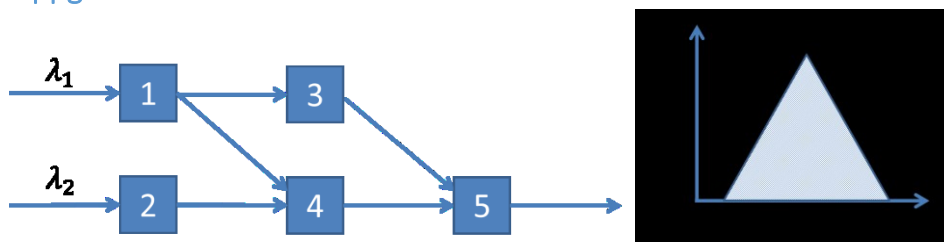
- Beräkna sannolikheten att en kund spärras.
- Hur många kunder betjänas i medeltal under en timme?
- Beräkna medeltiden som en kund som inte spärras tillbringar i kösystemet.
- Vad är sannolikheten att en kund som inte spärras blir betjänad?
- Kösystemet är fullt vid tiden 20. Vid just den tidpunkten upphör plötsligt ankomsterna. I medeltal, hur lång tid tar det innan kösystemet är tomt?

## Uppgift 2

Ett kösystem har fyra kunder. En kund som inte finns i kösystemet har ankomstintensiteten 5 per sekund (poissonprocess). Kösystemet har en betjänare och en oändlig buffert. Betjäningensintensiteten är 5 per sekund och betjäningstiden är exponentialfördelad.

- Beräkna medelantal kunder i kösystemet.
- Beräkna medeltiden i bufferten för en kund som inte spärras.
- En idle period är tiden från det att kösystemet blir tomt tills nästa ankomst. I medeltal, hur lång är en idle period?
- Kösystemet är tomt och det kommer en ankomst. Hur lång tid efter denna ankomst tar det i medeltal innan kösystemet blir tomt igen?
- Vad är spärrsannolikheten?

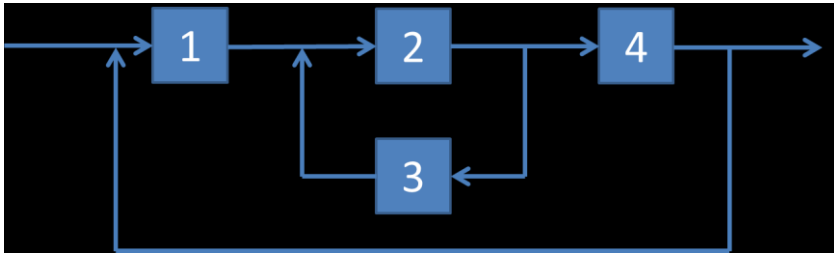
## Uppgift 3



I könätet ovan till vänster är alla noderna M/M/1-system med betjäningensintensitet 10 per sekund utom för nod 1 som har betjäningensintensiteten 5 per sekund. Ankomsterna till nod 1 och 2 är poissonprocesser. Sannolikheten att en kund som lämnar nod 1 fortsätter till nod 3 är 0.5.

- Rita ett koordinatsystem med en  $\lambda_1$ -axel och en  $\lambda_2$ -axel. Markera tydligt området där alla noderna är stabila, se exempel ovan till höger (området i bilden stämmer naturligtvis inte!).
- Om  $\lambda_1 = 4$  och  $\lambda_2 = 5$ , vad blir medeltiden som en godtycklig kund tillbringar i könätet?
- Om  $\lambda_1 = 4$  och  $\lambda_2 = 5$ , vad blir medeltiden i könätet för en kund som passerar nod 4?
- Om  $\lambda_1 = 4$  och  $\lambda_2 = 5$ , hur lång tid tillbringar en godtycklig kund med att vänta i buffertar under sin tid i könätet?

## Uppgift 4



Till ett könät kommer jobb i en Poissonprocess med intensiteten  $\lambda$  (se bilden ovan). Noderna har en betjänare och oändligt stor buffert. Betjäningstiderna är exponentialfördelade.

Det gäller att:  $\lambda = 10$ ,  $\mu_1 = 50$ ,  $\mu_2 = 120$ ,  $\mu_3 = \mu_4 = 60$ ,  $p_{23} = 0.5$  och  $p_{41} = 0.75$

- Bestäm medelantal kunder i var och en av noderna.
- Beräkna medelvärdet av tiden en kund tillbringar i nod 2 från det att kunden kommer till könätet tills den lämnar könätet.
- Beräkna medelvärdet av antal betjäningar som en godtycklig kund får under sin tid i könätet.
- Ankomstintensiteten ökar kraftigt till 1000. Beräkna medelantal kunder i de noder som inte blir överbelastade om det finns några.

## Uppgift 5

Två sorters kunder kommer till ett kösystem med oändlig buffert och en betjänare. Kunder av typ A har alltid betjäningstiden 0.02 sekund, kunder av typ B har alltid betjäningstiden 0.06 sekunder. Ankomsterna är poissonprocesser. Det kommer 10 kunder per sekund av typ A och 10 kunder per sekund av typ B.

- Hur många kunder finns i medeltal i kösystemet?
- Hur lång tid tar det i medeltal för en kund av typ A att passera systemet?
- En busy period är tiden från det att en kund kommer till ett tomt system tills systemet blir tomt nästa gång. I medeltal, hur lång är en busy period för detta kösystem?

## Uppgift 6

Ett datorsystem har två processorer. Betjäningstiderna är exponentialfördelade. Processor  $i$  betjänar med intensiteten  $\mu_i$ . Processor 1 är snabbare än processor 2 vilket innebär att  $\mu_1 > \mu_2$ . När betjäningen av ett nytt jobb ska börja så väljs alltid processor 1 om den är ledig eftersom den är snabbare. Bufferten framför processorerna är oändligt. Jobb som kommer till kösystemet bildar en poissonprocess med intensiteten  $\lambda$ .

- Vilket villkor måste vara uppfyllt för att systemet ska vara stabilt?
- Rita en markovkedja som beskriver kösystemet.

I de följande deluppgifterna är  $\lambda = 2$ ,  $\mu_1 = 2$  och  $\mu_2 = 1$ . Dessutom finns det inga buffertplatser.

- Hur många kunder betjänas per tidsenhet av processor 1 respektive 2?
- Vad är medeltiden i systemet för en godtycklig kund som inte spärras?
- Systemet är tomt vid en viss tidpunkt. I medeltal, hur lång tid tar det därefter innan bägge processorerna arbetar samtidigt för första gången?