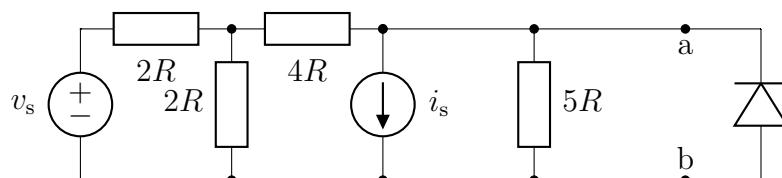


Tentamen i EITF90 Ellära och elektronik, 27/8 2019

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori. Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

1

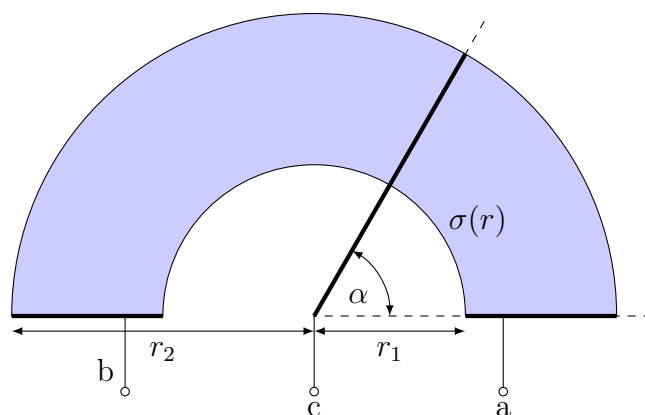


där $v_s = 8V_0 \sin(\omega t)$ och $i_s = I_0 \sin(\omega t)$ och V_0 , I_0 , R och ω är kända.

- Bestäm Nortonekvivalenten med avseende på nodparet ab (kretsen utan diod).
- Bestäm spänningen v_{ab} för fallet med $I_0 = V_0/R$ och en ideal diod.

2

Ett reglerbart motstånd med tre anslutningar (a,b,c) består av en vridbar glidkontakt som ligger an mot en resistiv bana. Figuren visar ett halvcirkelformat område med radierna r_1 och r_2 och med tjocklek d in i papperet, samt ledningsförmåga $\sigma(r) = \sigma_0$ för $r_1 < r < r_3$ och $\sigma(r) = 2\sigma_0$ för $r_3 < r < r_2$ (notera $r_1 < r_3 < r_2$). De tjocka linjerna vid anslutningarna a och b är metallbelagda. Anslutningen c är vriden en vinkel α , enligt figuren.



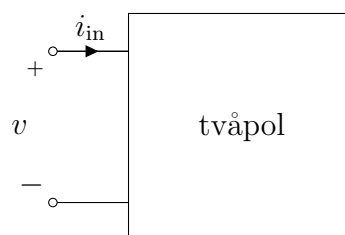
Tjockleken d antas vara mycket tunn $d \ll r_2$ så du kan anta att c är kopplad till den resistiva banan på samma sätt som anslutningarna a och b.

- Bestäm resistansen R_{ab} .
- Bestäm resistansen R_{ac} .
- Bestäm resistansen R_{bc} .

3

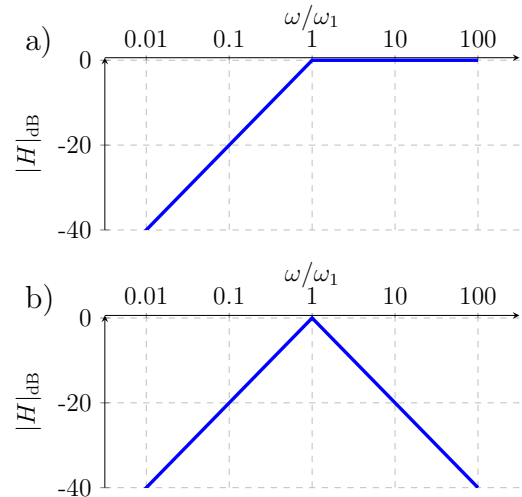
Inuti en tvåpol finns ett motstånd med resistans R och en spole med induktans L . Om strömmen $i_{in}(t) = I_0(1 + \cos(\omega t))$ läggs på ingången fås en spänning $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \pi/4)$.

- Bestäm hur R och L är kopplade till tvåpolens ingång (rita en figur).
- Bestäm värden på R och L . I uttrycket får V_0 , I_0 och ω ingå.



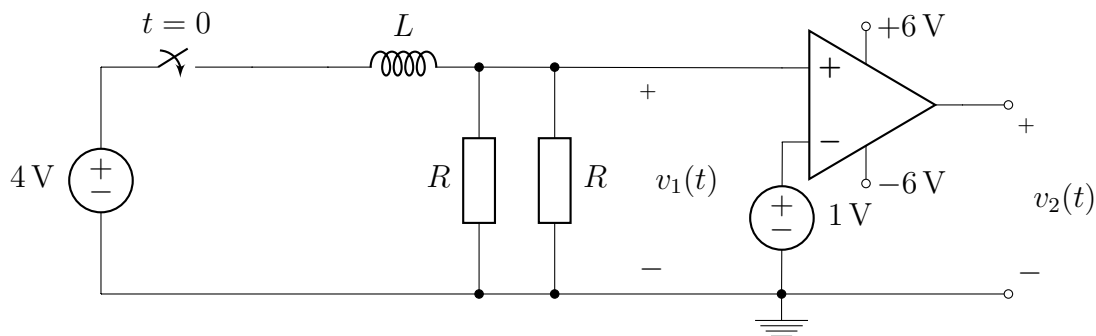
4

Rätlinjeapproximationen för två olika filter med överföringsfunktion $H = V_{\text{ut}}/V_{\text{in}}$ visas i figur a,b. Vardera filter kan bestå av ett motstånd med resistans $R = 0.1 \Omega$, en kondensator med kapacitans $C = 10 \mu\text{F}$, och en spole med induktans $L = 0.1 \mu\text{H}$. Rita figurer för a,b som visar hur de kan vara kopplade (ange v_{in} och v_{ut}) och bestäm brytfrekvenserna. Observera att det finns flera olika sätt att realisera filter och att det räcker med ett.



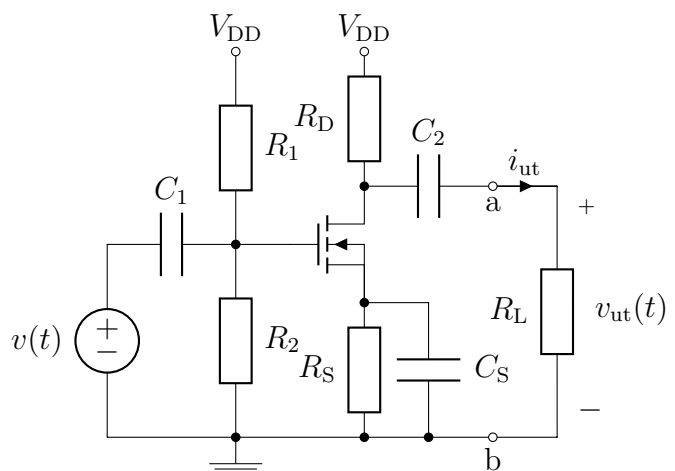
5

I nedanstående krets är strömbrytaren öppen för $t < 0$ och sluts vid $t = 0$. OPn är ideal men dess utspänning begränsas av matningspotentialerna $\pm 6 \text{ V}$. Beräkna $v_1(t)$ och $v_2(t)$.



6

- Skissa de två kurvor i $\{V_{\text{GS}}, I_{\text{D}}\}$ -planet vars skärningspunkt ger arbetspunkten, dvs V_{GSQ} och I_{DQ} .
- Bestäm storsignalströmmen I_{DQ} för fallet med $R_{\text{s}} = 0$.
- Rita småsignalschema för kretsen och bestäm $v_{\text{ut}}(t)$.
- Bestäm Théveninekvivalenten för förstärkarkretsens småsignalschema med avseende på nodparet ab.

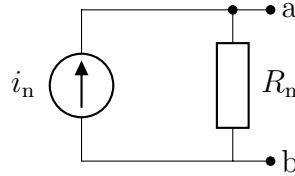


I kretsen kan alla kapacitanser betraktas som kopplingskapacitanser. Spänningen och motståndet är valda så att transistoren är i mättnadsområdet (V_{t} och K är kända).

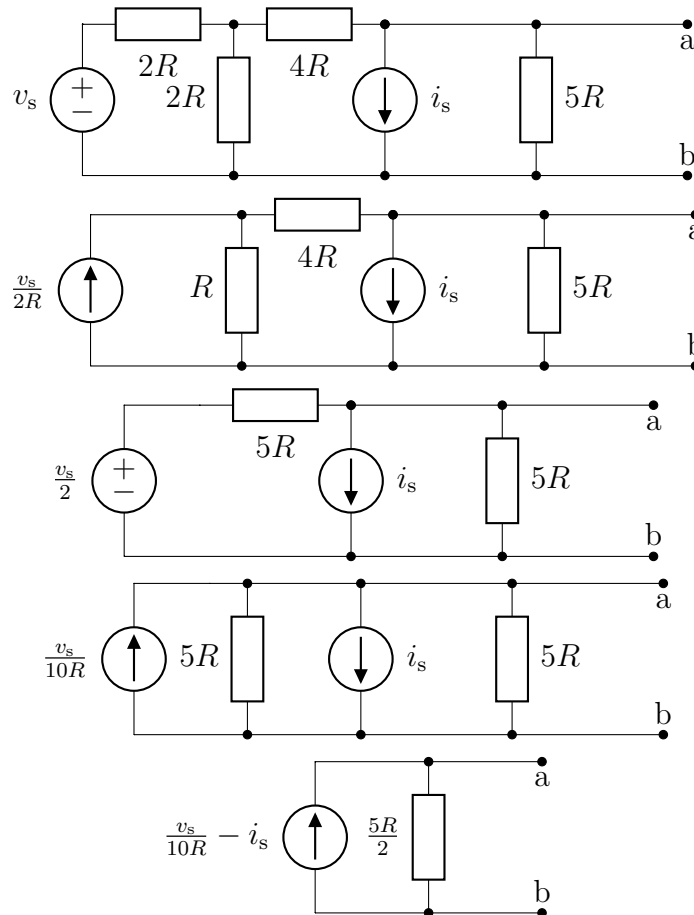
Lösningar

1

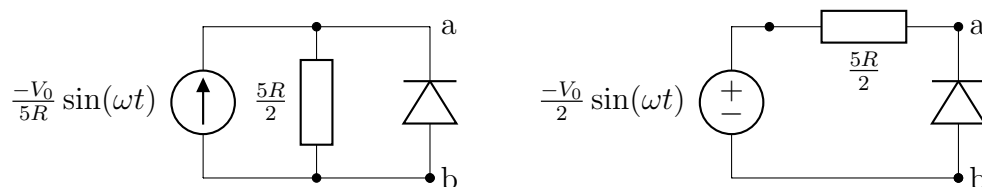
Kretsen är rent resistiv. Nortonekvivalenten är



Bestäm Nortonekvivalenten med källtransformationer.



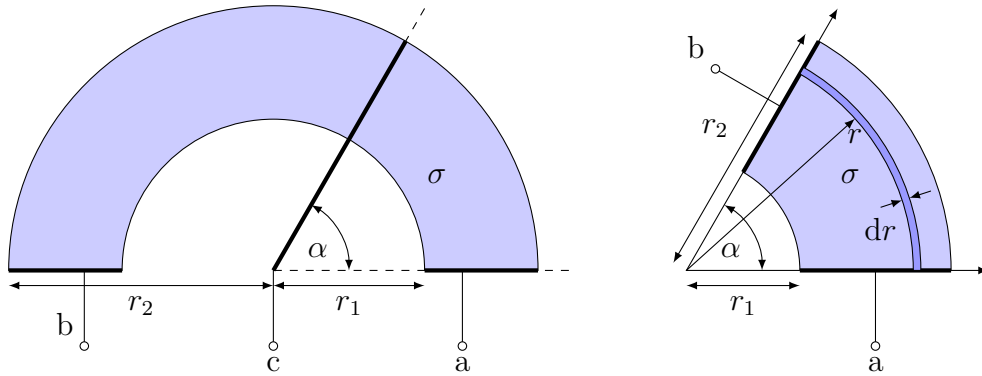
där vi har $\frac{v_s}{10R} - i_s = (\frac{4V_0}{5R_0} - I_0) \sin(\omega t)$. Med Nortonekvivalenten och $I_0 = V_0/R$ har vi $i_n = \frac{-V_0}{5R} \sin(\omega t)$



Dioden ger en kortslutning om $i_n < 0$ ($v_{ab} < 0$) och ett avbrott om $i_n > 0$ ($v_{ab} \geq 0$). Det ger spänningen

$$v_{ab} = \begin{cases} \frac{V_0}{2} |\sin(\omega t)| & \text{om } \sin(\omega t) < 0 \\ 0 & \text{om } \sin(\omega t) > 0 \end{cases}$$

2



De olika fallen 1,2,3 kan bestämmas från resistansen av en cirkelsektor med öppningsvinkel $\alpha, \pi - \alpha, \pi$.

Symmetrin ger att strömmen går längs cirkelbanor (konstant radie), och vi kan dela upp geometrin i flera parallella rör enligt nedan: Ett sådant rör har konduktans (formelsamling)

$$dG = \frac{\sigma dS}{\ell} = \frac{\sigma(r) dr}{r\alpha}$$

där $dS = dr$ är tvärsnittsytan på röret och $\ell = r\alpha$ är dess längd. Samtliga rör är parallellkopplade mellan a och b, varför vi får konduktansen

$$\begin{aligned} G &= \int dG = \int_{r=r_1}^{r_2} \frac{\sigma(r) dr}{r\alpha} = \int_{r=r_1}^{r_3} \frac{\sigma_0 dr}{r\alpha} + \int_{r=r_3}^{r_2} \frac{2\sigma_0 dr}{r\alpha} \\ &= \frac{\sigma_0 d}{\alpha} [\ln(r)]_{r_1}^{r_3} + \frac{2\sigma_0 d}{\alpha} [\ln(r)]_{r_3}^{r_2} = \frac{\sigma_0 d}{\alpha} (\ln(r_3/r_1) + 2 \ln(r_2/r_3)) = \frac{\sigma_0 d}{\alpha} \ln \left(\frac{r_2^2}{r_1 r_3} \right) \end{aligned}$$

och resistansen

$$R = \frac{1}{G} = \frac{\alpha}{\sigma_0 d \ln \left(\frac{r_2^2}{r_1 r_3} \right)}$$

Svar:

1. Resistansen R_{ab} ges av fallet $\alpha = \pi$

$$R_{ab} = \frac{\pi}{\sigma_0 d \ln \left(\frac{r_2^2}{r_1 r_3} \right)}$$

2. Resistansen R_{ac} är

$$R_{ac} = \frac{\alpha}{\sigma_0 d \ln \left(\frac{r_2^2}{r_1 r_3} \right)}$$

3. Resistansen R_{bc} ges av $\pi - \alpha$

$$R_{bc} = \frac{\pi - \alpha}{\sigma_0 d \ln \left(\frac{r_2^2}{r_1 r_3} \right)}$$

Observera att $R_{ab} = R_{ac} + R_{bc}$

3

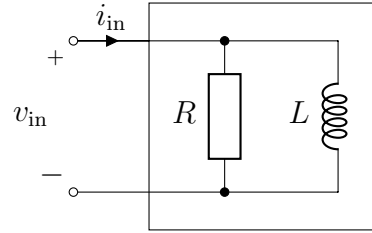
Inströmmen består av två delar $i_{in}(t) = i_{DC} + i_{\omega}(t)$. DC ($\omega = 0$) delen stoppas (utsignalen har ingen DC komponent). Transformera $\cos(\omega t)$ delen av signalen till frekvensplanet

$$I_0 \cos(\omega t) = \text{Re}\{I_0 e^{j\omega t}\} \longrightarrow I_0$$

och

$$V_0 \cos(\omega t + \pi/4) = \text{Re}\{V_0 e^{j(\omega t + \pi/4)}\} = \text{Re}\{V_0 e^{j\pi/4} e^{j\omega t}\} \longrightarrow V = V_0 e^{j\pi/4}$$

Resistansen och induktansen kan vara serie- eller parallellkopplade. Eftersom DC signalen kortsluts är de parallellkopplade. Det kan också ses av motsvarande inimpedanser (frekvensplanet)



$$Z_s(\omega) = R + j\omega L$$

och

$$Z_p(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{j\omega L}{j\omega L/R + 1}$$

där vi ser att DC värdena är $Z_s(0) = R$ och $Z_p(0) = 0$.

Vi har nu

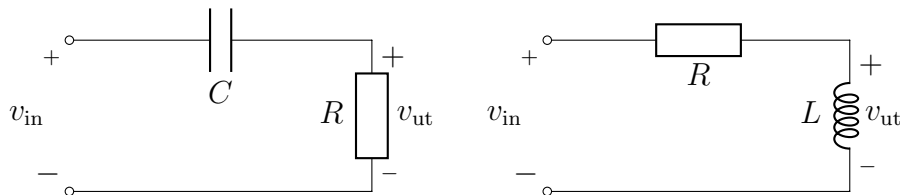
$$\frac{1}{Z_p(\omega)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{I_{in}}{V} = \frac{I_0}{V_0 e^{j\pi/4}} = \frac{I_0 e^{-j\pi/4}}{V_0} = \frac{I_0}{V_0 \sqrt{2}} (1 - j)$$

som ger

$$R = \frac{V_0 \sqrt{2}}{I_0} \quad \text{och} \quad \frac{1}{\omega L} = \frac{I_0}{V_0 \sqrt{2}} \quad \text{och} \quad L = \frac{V_0 \sqrt{2}}{I_0 \omega}.$$

4

1. Figuren visar ett högpasfilter som till exempel kan realiseras som



med överföringsfunktion

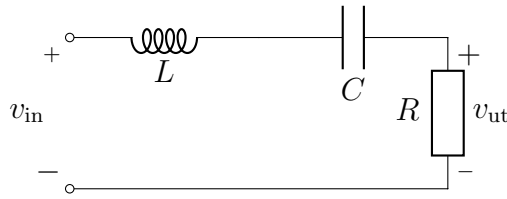
$$H = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{1 + sRC} = \frac{s/\omega_{a1}}{1 + s/\omega_{a1}}$$

och

$$H = \frac{sL}{R + sL} = \frac{sL/R}{1 + sL/R} = \frac{s/\omega_{a2}}{1 + s/\omega_{a2}}$$

med brytfrekvens $\omega_{a1} = 1/(RC) = 10^6$ rad/s. och $\omega_{a2} = R/L = 10^6$ rad/s.

2. Figuren visar ett bandpassfilter som enklast realiseras en serie RLC krets



med överföringsfunktioner

$$H = \frac{R}{sL + \frac{1}{sC} + R} = \frac{sRC}{1 + sRC + s^2LC} = \frac{sRC}{1 + 2\zeta s/\omega_b + s^2/\omega_b^2}$$

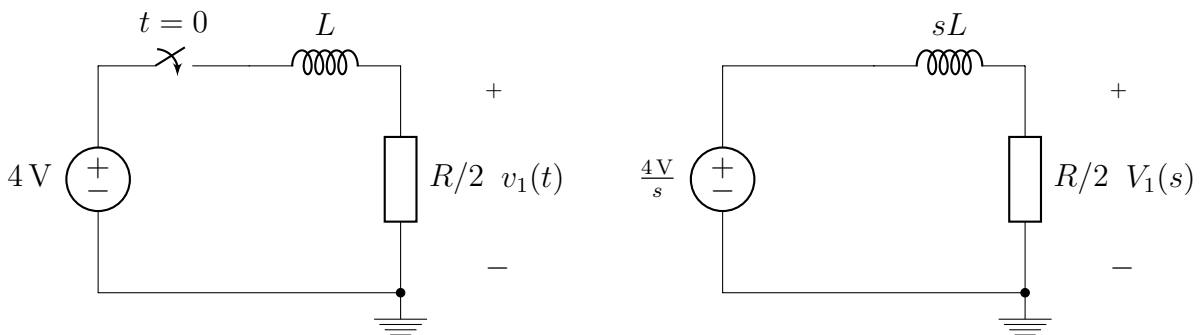
med brytfrekvens $\omega_b = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^6 \text{ rad/s}$ och $\zeta = \frac{RC\omega_b}{2} = 0.1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6 / 2 = 0.5 < 1$.

5

Operationsförstärkaren är kopplad som en komparator: då $v_1 < 1 \text{ V}$ är $v_2 = -6 \text{ V}$, och då $v_1 > 1 \text{ V}$ är $v_2 = +6 \text{ V}$. Den vänstra delen av kretsen kan analyseras oberoende av OP:n.

För $t < 0$ är $v_1(t) = 0$ och $v_2 = -6 \text{ V}$.

Den vänstra delen av kretsen förenklas först för $0 < t$ enligt nedan:



använd Laplace

$$V_1(s) = \frac{V_0}{s} \frac{R/2}{R/2 + sL} = \frac{V_0 R}{2L} \frac{1}{s(s + \frac{R}{2L})}$$

med $V_0 = 4 \text{ V}$. Detta svarar mot en uppladdning av en induktans med tidskonstant $\tau = 2L/R$, dvs

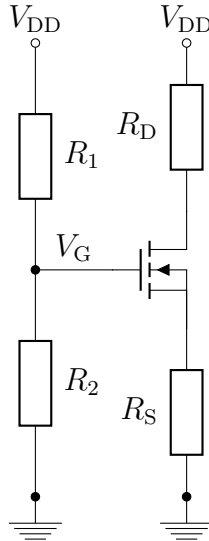
$$v_1(t) = V_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) = 4 \text{ V} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

Detta ger att $v_1 = 1 \text{ V}$ då $t = \tau \ln(4/3)$.

$$\text{Svar: } v_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 4 \text{ V} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) & t > 0 \end{cases} \text{ och } v_2(t) = \begin{cases} -6 \text{ V} & t < \tau \ln(4/3) \\ +6 \text{ V} & t > \tau \ln(4/3) \end{cases}$$

6

Använd att kopplingskapacitanserna är avbrott för drivspänningen vilket ger kretsen



- (a) Arbetspunkten, Q , för transistorn kan bestämmas med belastningslinjen. KVL över R_2 , G, S och R_S i figuren ger

$$V_G - V_{GS} - I_D R_S = 0$$

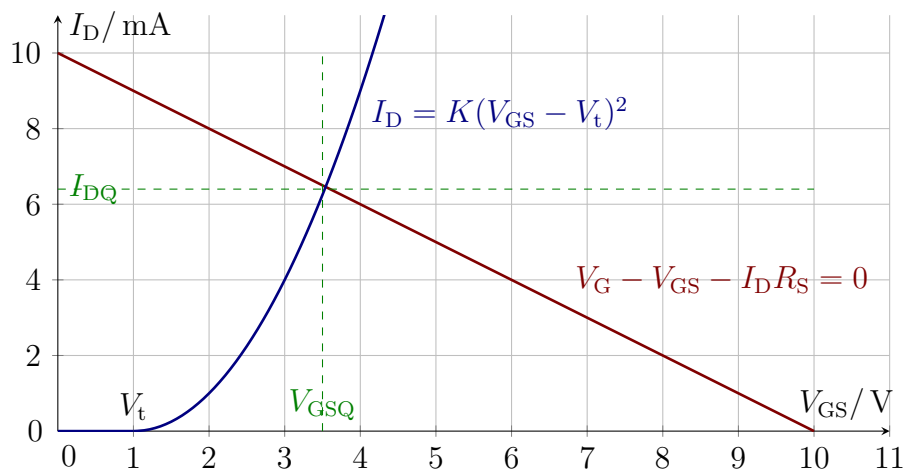
där (spänningsdelning)

$$V_G = V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

är potentialen i G. Sambandet i mättnadsområdet är

$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2$$

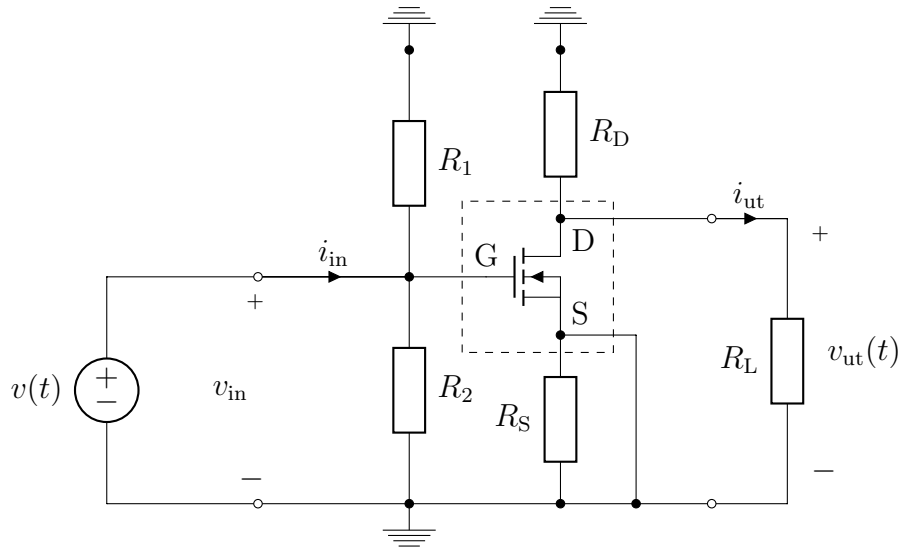
Lösningen av ekvationssystemet ger arbetspunkten I_{DQ} , V_{GSQ} .



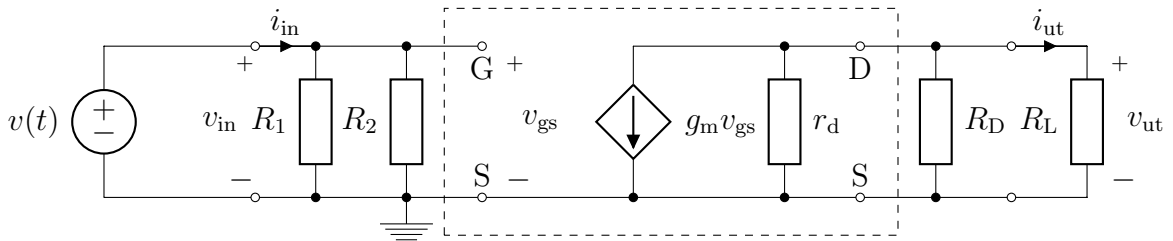
- (b) För fallet med $R_S = 0$ har vi $V_{GS} = V_G$ och därmed

$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2 = K(V_G - V_t)^2 = K \left(V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_t \right)^2.$$

- (c) Småsignalschemat fås genom att ersätta kopplingskondensatorerna och likspänningskällan med kortslutningar.



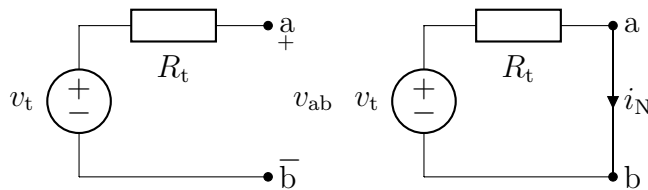
och



Här kan vi också använda att $r_d = \infty$ i mättnadsområdet. Spänningen $v_{GS} = v_{in}$ och förstärkningen

$$A = \frac{v_{ut}}{v_{in}} = \frac{-g_m}{1/r_d + 1/R_D + 1/R_L} = \frac{-g_m}{1/R_D + 1/R_L}$$

(d) Théveninekvivalenten kan bestäms genom att jämföra med en Théveninekvivalent



där tomgångsspänningen ger $v_{ab} = v_t$ och kortslutningsströmmen $i_N = v_t/R_t$. Tomgångsspänningen är beräknad i c) om vi sätter $R_L = \infty$ och $v_{in} = v_t$, det ger

$$v_{ab} = v_t = \frac{-g_m}{1/r_d + 1/R_D} v_{in} = \frac{-g_m}{1/r_d + 1/R_D} v = -g_m R_D v$$

Kortslutningsströmmen ges av

$$i_N = -g_m v_{gs} = -g_m v$$

Det ger en Théveninekvivalent med

$$v_t = \frac{-g_m}{1/r_d + 1/R_D} v = -g_m R_D v \quad \text{och} \quad R_t = v_t/i_N = \frac{1}{1/r_d + 1/R_D} = \frac{r_d R_D}{r_d + R_D} = R_D$$