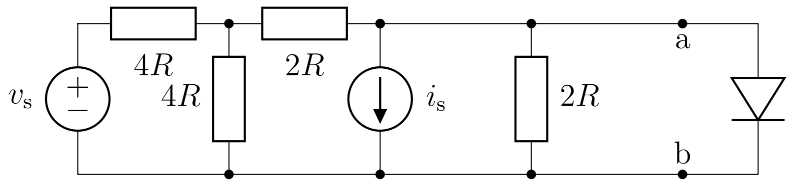
Tentamen i EITF90 Ellära och elektronik, 2/6 2018

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori.
Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

1



där $v_s = 8V_0$ och $i_s = I_0$ med $I_0 = 4V_0/R$.

(a) Bestäm Théveninekvivalenten med avseende på nodparet ab (för delen av kretsen utan dioden).

(b) Bestäm spänningen v_{ab}.

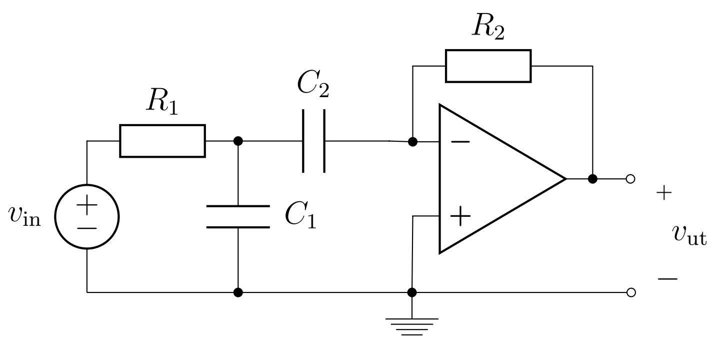
Dioden kan anses vara ideal och V_0, och R är kända.

2

Bestäm utspänningen $v_{ut}(t)$ då

$$v_{in}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ V_0 & t \geq 0 \end{cases}$$

Operationsförstärkaren kan anses vara ideal och resistanserna R_1, R_2 och kapacitanserna C_1, C_2 är kända.



3

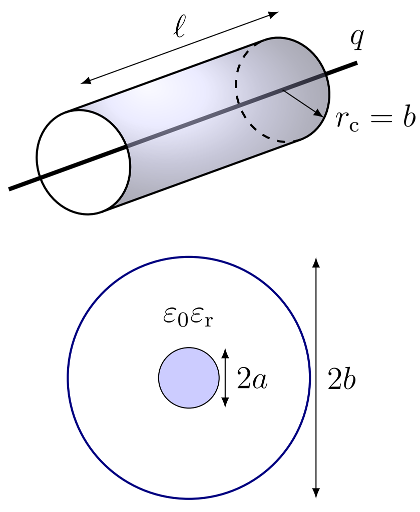
En koaxialkabel består av två långa cylindriska ledare. Låt koaxialkabels innerledare ha radie a och ytterledaren radie b. Antag att materialet mellan ledarna har permittivitet $\varepsilon_0\varepsilon_r(r_c)$ där

$$\varepsilon_r(r_c) = \begin{cases} \varepsilon_{r1} & a \leq r_c \leq c \\ \varepsilon_{r2} & c < r_c \leq b \end{cases}$$

Bestäm kapacitansen per längdenhet för fallen

(a) $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$.

(b) $\varepsilon_{r1} = 1$ och $\varepsilon_{r2} = 2$.

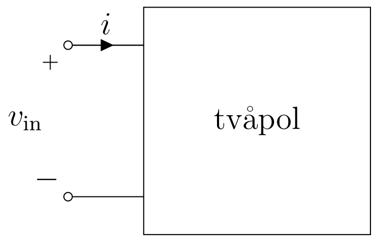


4

En förlustfri transmissionsledning med karakteristiska impedansen $Z_0 = 50\,\Omega$ avslutas med belastningsimpedansen $Z_L = (50{+}j50)\,\Omega$. Ledningens längd är en åttondels våglängd (i transmissionsledningen). Bestäm inimpedansen för ledningen.

5

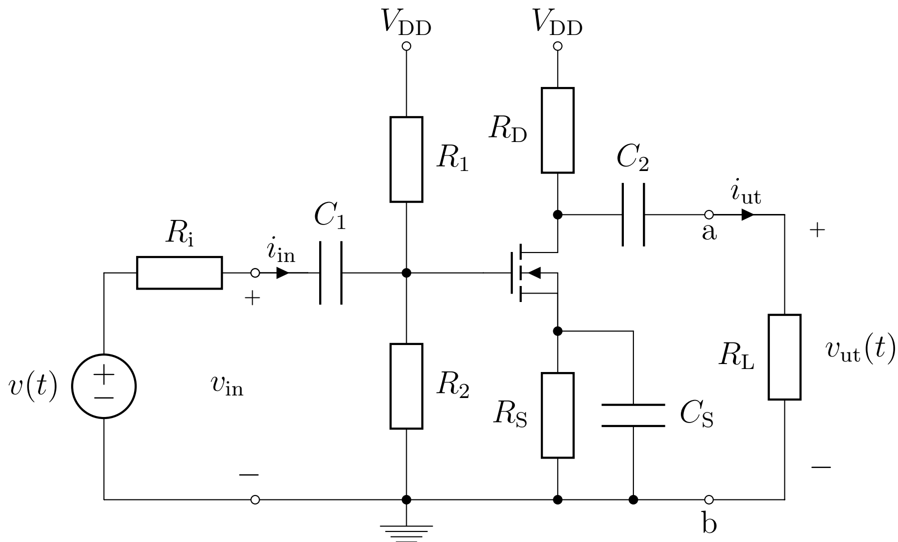
Inuti en tvåpol finns ett motstånd med resistans R och en kondensator med kapacitans C. Om spänningen $v_{\text{in}}(t) = V_0(1{+}\cos(\omega t))$ läggs på ingången fås en ström $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \pi/4)$.



(a) Rita en figur som visar hur R och C är kopplade till tvåpolens ingång.

(b) Bestäm värden på R och C. I uttrycket får V_0, I_0 och ω ingå.

6



(a) Skissa de två kurvor i $\{V_{\text{GS}}, I_{\text{D}}\}$-planet vars skärningspunkt ger arbetspunkten, dvs V_{GSQ} och I_{DQ}.

(b) Bestäm storsignalströmmen I_{DQ} för fallet med $R_{\text{s}} = 0$.

(c) Rita småsignalschema för kretsen och bestäm $v_{\text{ut}}(t)$ uttryckt i $v_{\text{in}}(t)$, g_{m} samt resistanserna i figuren ovan.

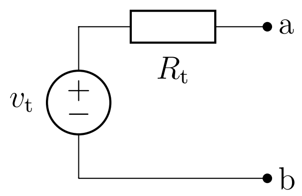
(d) Bestäm Théveninekvivalenten för förstärkarkretsens småsignalschema med avseende på nodparet ab för fallet $R_{\text{i}} = 0$.

I kretsen kan alla kapacitanser betraktas som kopplingskapacitanser. Spänningen och motstånden är valda så att transistorn är i mättnadsområdet (V_{t} och K är kända).

Lösningar

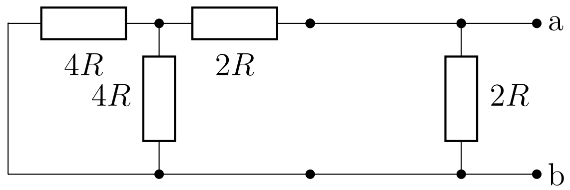
1

Kretsen är rent resistiv. Théveninekvivalenten är

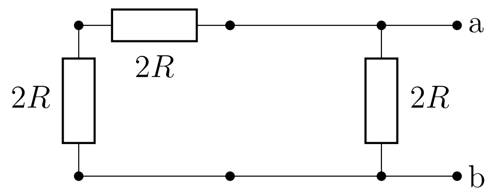


där tomgångsspänningen ger $v_{ab} = v_t$ och nollställning av källorna $R_n = R_t$.

Nollställ källorna för att bestämma $R_n = R_t$



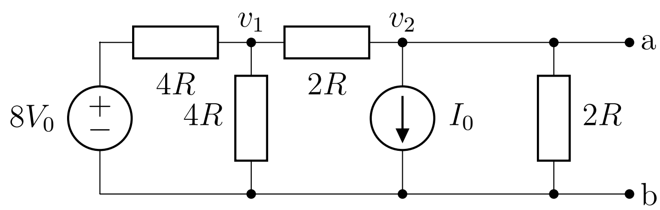
Förenkla kretsen från insidan



som ger

$$R_t = R_n = \frac{4 \cdot 2}{4+2} R = \frac{4}{3} R$$

Använd nodanalys för att bestämma tomgångsspänningen $v_{ab} = v_t = i_n R_n$



KCL på nod 1 ger

$$\frac{v_1 - 8V_0}{4R} + \frac{v_1 - 0}{4R} + \frac{v_1 - v_2}{2R} = 0 \Rightarrow 2v_1 - v_2 = 4V_0 \Rightarrow v_1 = v_2/2 + 2V_0$$

och på nod 2

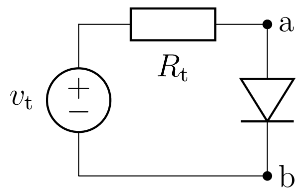
$$\frac{v_2 - v_1}{2R} + I_0 + \frac{v_2 - 0}{2R} = 0 \Rightarrow v_2 - v_1/2 = -4V_0$$

och

$$v_2 - (v_2/4 + V_0) = \frac{3}{4} v_2 - V_0 = -4V_0 \Rightarrow \frac{3}{4} v_2 = -3V_0 \Rightarrow v_2 = v_{ab} = v_t = -4V_0$$

Kan alternativt bestämma ekvivalenterna med källtransformationer.

Med Théveninekvivalenten har vi

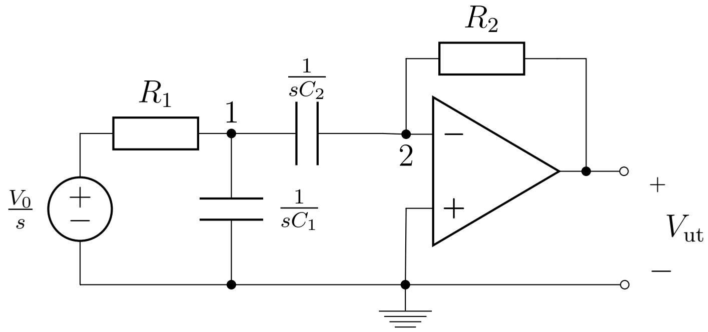


Dioden ger en kortslutning om $v_t > 0$ och ett avbrott om $v_t < 0$. Det ger spänningen

$$v_{ab} = \begin{cases} v_t = -4V_0 & \text{om } V_0 > 0 \\ 0 & \text{om } V_0 < 0 \end{cases}$$

2

Transformera till Laplacedomänen



Använd att inspänningen på OPn är noll så potentialen i nod 2 är noll. Nodanalys på nod 1 ger

$$\frac{V_1 - V_0/s}{R_1} + \frac{V_1 - 0}{\frac{1}{sC_1}} + \frac{V_1 - 0}{\frac{1}{sC_2}} = 0 \Rightarrow V_1 = \frac{V_0}{sR_1(R_1^{-1} + s(C_1 + C_2))} = \frac{V_0}{s(1 + sR_1(C_1 + C_2))}$$

och på nod 2

$$\frac{0 - V_1}{\frac{1}{sC_2}} + \frac{0 - V_{ut}}{R_2} + 0 = 0 \Rightarrow V_{ut} = -sC_2R_2V_1$$

och totalt

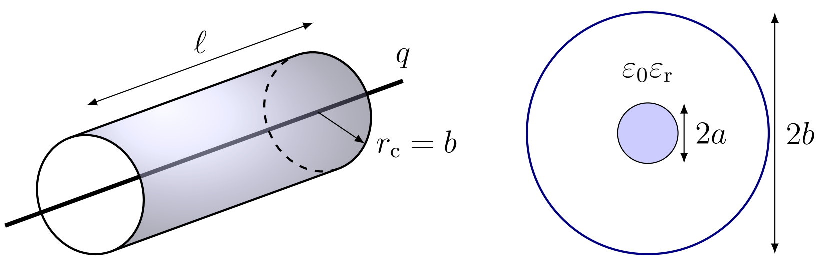
$$V_{ut}(s) = -sC_2R_2V_1 = -\frac{C_2R_2V_0}{1 + sR_1(C_1 + C_2)} = -\frac{C_2R_2V_0}{(R_1(C_1 + C_2))(1/\tau + s)}$$

och med tabellen

$$v_{ut}(t) = \frac{-C_2R_2V_0}{R_1(C_1 + C_2)} e^{-t/\tau}$$

där $\tau = R_1(C_1 + C_2)$ är tidskonstanten.

3



Dela upp området mellan ledarna i cylindriska skal med infinitesimal tjocklek $\mathrm{d}r_\mathrm{c}$. Skalens kapacitans ges av plattkondensatorapproximationen med invers

$$\mathrm{d}(C^{-1}) = \frac{\mathrm{d}r_\mathrm{c}}{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\ell 2\pi r_\mathrm{c}}$$

Skalen är seriekopplade så inversen av den totala kapacitansen ges av integralen

$$C^{-1} = \int \mathrm{d}(C^{-1}) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mathrm{d}r_\mathrm{c}}{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\ell 2\pi r_\mathrm{c}} = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\ell 2\pi}\left[\ln r_\mathrm{c}\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\ell 2\pi}\ln(r_2/r_1)$$

För fall

(a) $\varepsilon_{\mathrm{r}1} = \varepsilon_{\mathrm{r}2} = 1$ får vi därmed kapacitans per längdenhet

$$\frac{C}{\ell} = \frac{\varepsilon_0 2\pi}{\ln(b/a)}$$

(b) $\varepsilon_{\mathrm{r}1} = 1$ och $\varepsilon_{\mathrm{r}2} = 2$ har vi

$$C^{-1} = \frac{1}{\varepsilon_0\ell 2\pi}\ln(c/a) + \frac{1}{\varepsilon_0 2\ell 2\pi}\ln(b/c) = \frac{1}{\varepsilon_0\ell 2\pi}(\ln(c/a) + \ln(b/c)/2)$$

som kan tolkas som två seriekopplade kapacitanser. Totalt kapacitans per längdenhet

$$\frac{C}{\ell} = \frac{\varepsilon_0 2\pi}{\ln(c/a) + \ln(b/c)/2}$$

4

Inimpedansen ges av

$$Z(0) = Z_0\frac{1 + \mathit{\Gamma}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta\ell}}{1 - \mathit{\Gamma}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta\ell}}$$

Reflektionskoefficienten är

$$\mathit{\Gamma} = \frac{Z_\mathrm{L} - Z_0}{Z_\mathrm{L} + Z_0} = \frac{50 + \mathrm{j}50 - 50}{50 + \mathrm{j}50 + 50} = \frac{\mathrm{j}}{2 + \mathrm{j}}$$

Med $\ell = \lambda/8$ och $\beta = 2\pi/\lambda$ får vi $\beta\ell = \pi/4$, vilket ger $\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta\ell} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/2} = -\mathrm{j}$. Inimpedansen blir då

$$Z(0) = Z_0\frac{1 + \frac{\mathrm{j}}{2+\mathrm{j}}(-\mathrm{j})}{1 - \frac{\mathrm{j}}{2+\mathrm{j}}(-\mathrm{j})} = 50\,\Omega\frac{2 + \mathrm{j} + 1}{2 + \mathrm{j} - 1} = 50\,\Omega\frac{3 + \mathrm{j}}{1 + \mathrm{j}} = 50\,\Omega\frac{(3 + \mathrm{j})(1 - \mathrm{j})}{2} = (100 - \mathrm{j}50)\,\Omega$$

5

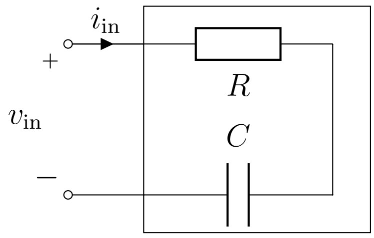
Inspänningen består av två delar $v_\mathrm{in}(t) = v_\mathrm{DC} + v_\omega(t)$. DC ($\omega = 0$) delen stoppas (utsignalen har ingen DC komponent). Transformera $\cos(\omega t)$ delen av signalen till frekvensplanet

$$V_0\cos(\omega t) = \mathrm{Re}\{V_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} \longrightarrow V_0$$

och

$$I_0\cos(\omega t + \pi/4) = \mathrm{Re}\{I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + \pi/4)}\} = \mathrm{Re}\{I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/4}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} \longrightarrow I = I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/4}$$

Resistansen och kapacitansen kan vara serie- eller parallellkopplade. Eftersom DC signalen stoppas är de seriekopplade. Det kan också ses av motsvarande inimpedanser (frekvensplanet)



$$Z_{\text{s}}(\omega) = R + \frac{1}{\text{j}\omega C}$$

och

$$Z_{\text{p}}(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \text{j}\omega C}$$

där vi ser att DC värdena är $Z_{\text{s}}(0) = \infty$ och $Z_{\text{p}}(0) = R$.

Vi har nu

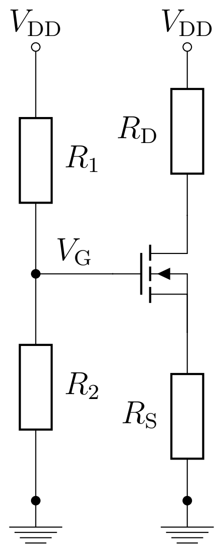
$$Z_{\text{s}}(\omega) = R + \frac{1}{\text{j}\omega C} = \frac{V_{\text{in}}}{I} = \frac{V_0}{I_0 \text{e}^{\text{j}\pi/4}} = \frac{V_0 \text{e}^{-\text{j}\pi/4}}{I_0} = \frac{V_0}{I_0\sqrt{2}}(1 - \text{j})$$

som ger

$$R = \frac{V_0}{I_0\sqrt{2}} \quad \text{och} \ \frac{1}{\omega C} = \frac{V_0}{I_0\sqrt{2}} \quad \text{och} \ C = \frac{I_0\sqrt{2}}{V_0\omega}.$$

6

Använd att kopplingskapacitanserna är avbrott för drivspänningen vilket ger kretsen



(a) Arbetspunkten, Q, för transistorn kan bestämmas med belastningslinjen. KVL över R_2, G, S och R_{S} i figuren ger

$$V_{\text{G}} - V_{\text{GS}} - I_{\text{D}} R_{\text{S}} = 0$$

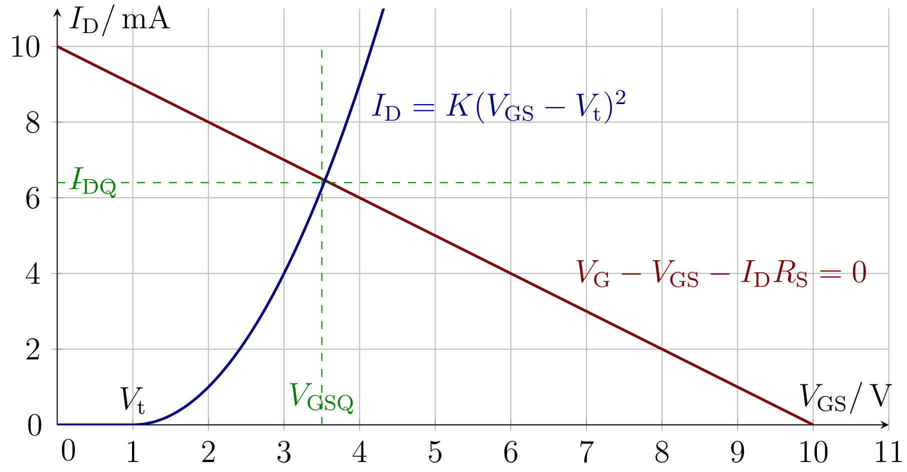
där (spänningsdelning)

$$V_{\text{G}} = V_{\text{DD}} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

är potentialen i G. Sambandet i mättnadsområdet är

$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2$$

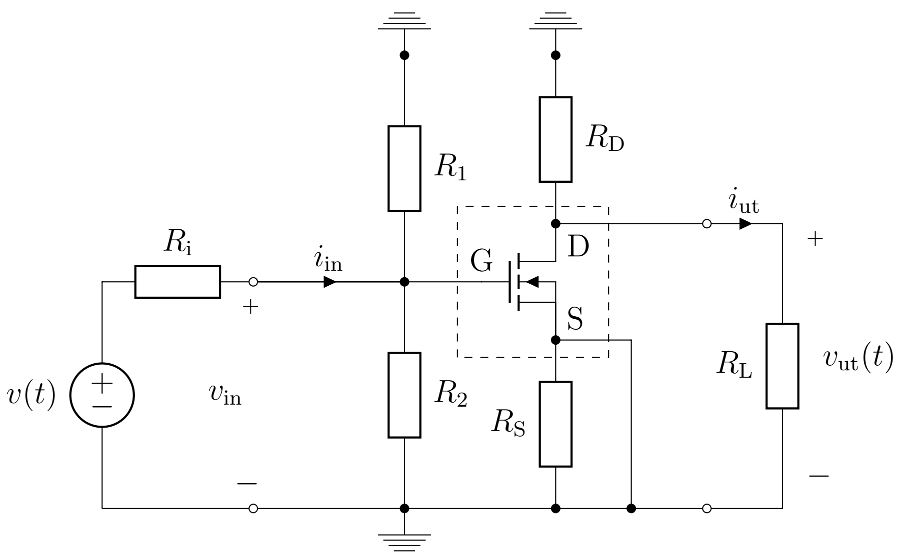
Lösningen av ekvationssystemet ger arbetspunkten I_{DQ}, V_{GSQ}.



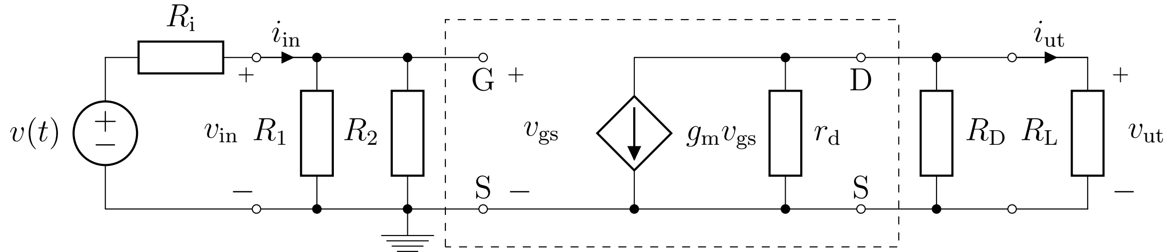
(b) För fallet med $R_s = 0$ har vi $V_{GS} = V_G$ och därmed

$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2 = K(V_G - V_t)^2 = K\left(V_{DD}\frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_t\right)^2.$$

(c) Småsignalschemat fås genom att ersätta kopplingskondensatorerna och likspänningskällan med kortslutningar.



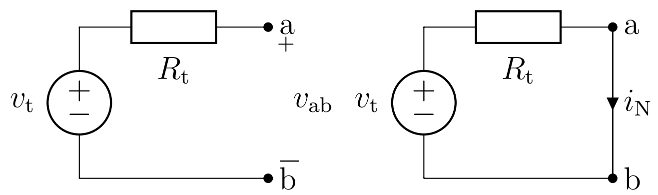
och



Här kan vi också använda att $r_\mathrm{d} = \infty$ i mättnadsområdet. Spänningen $v_\mathrm{GS} = v_\mathrm{in}$ och förstärkningen

$$A = \frac{v_\mathrm{ut}}{v_\mathrm{in}} = \frac{-g_\mathrm{m}}{1/r_\mathrm{d} + 1/R_\mathrm{D} + 1/R_\mathrm{L}} = \frac{-g_\mathrm{m}}{1/R_\mathrm{D} + 1/R_\mathrm{L}}$$

(d) Théveninekvivalenten kan bestäms genom att jämföra med en Théveninekvivalent



där tomgångsspänningen ger $v_\mathrm{ab} = v_\mathrm{t}$ och kortslutningsströmmen $i_\mathrm{N} = v_\mathrm{t}/R_\mathrm{t}$. Tomgångsspänningen är beräknad i c) om vi sätter $R_\mathrm{L} = \infty$ och $v_\mathrm{in} = v_\mathrm{t}$, det ger

$$v_\mathrm{ab} = v_\mathrm{t} = \frac{-g_\mathrm{m}}{1/r_\mathrm{d} + 1/R_\mathrm{D}} v_\mathrm{in} = \frac{-g_\mathrm{m}}{1/r_\mathrm{d} + 1/R_\mathrm{D}} v = -g_\mathrm{m} R_\mathrm{D} v$$

Kortslutningsströmmen ges av

$$i_\mathrm{N} = -g_\mathrm{m} v_\mathrm{gs} = -g_\mathrm{m} v$$

Det ger en Théveninekvivalent med

$$v_\mathrm{t} = \frac{-g_\mathrm{m}}{1/r_\mathrm{d} + 1/R_\mathrm{D}} v = -g_\mathrm{m} R_\mathrm{D} v \quad \text{och } R_\mathrm{t} = v_\mathrm{t}/i_\mathrm{N} = \frac{1}{1/r_\mathrm{d} + 1/R_\mathrm{D}} = \frac{r_\mathrm{d} R_\mathrm{D}}{r_\mathrm{d} + R_\mathrm{D}} = R_\mathrm{D}$$