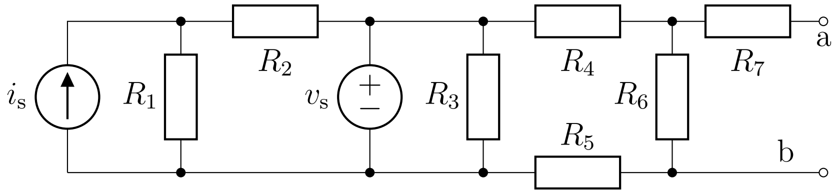
Tentamen i EITF90 Ellära och elektronik, 15/4 2020

Text version av online tentan som gavs som två canvas quiz (150+150 min)

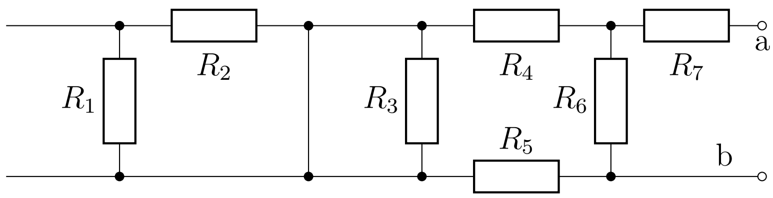
1



- Bestäm Nortonekvivalentens inre resistans R_n med avseende på nodparet ab.
- Bestäm Thevininekvivalentens spänning v_t med avseende på nodparet ab.

1.1 Lösning

Börjar med att nollställa källorna för att bestämma den inre resistansen.



där vi ser

$$R_n = R_7 + (R_4 + R_5)//R_6 = R_7 + \frac{(R_4 + R_5)R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

Tomgångsspänningen bestäms med spänningsdelning

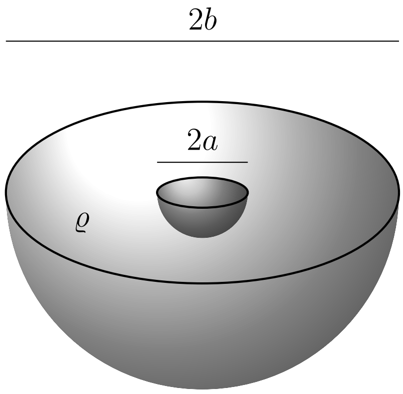
$$v_t = v_s \frac{R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

Svar:

$$R_n = R_7 + \frac{(R_4 + R_5)R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \quad \text{och } v_t = v_s \frac{R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

2

En elektrod i form av en metallisk halvsfär med radie a sänks ned i ett större halvsfäriskt metallskal med radie b fyllt med ett material med resistivitet ϱ, enligt figur.
Resistansen mellan de två halvsfärerna uppmäts till R_{ab}



2.1 Lösning

Kan modellera resistansen som en seriekoppling av halvsfäriska skal med tjocklek dr som vardera har resistansen

$$\mathrm{d}R = \frac{\varrho \,\mathrm{d}r}{2\pi r^2}$$

där vi använt att de sfäriska halvskalen har area $4\pi r^2/2 = 2\pi r^2$. Summera upp delresistanserna

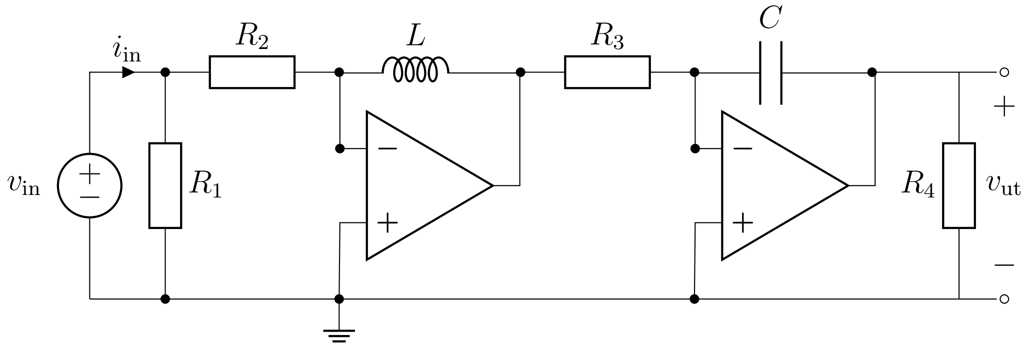
$$R = \int \mathrm{d}R = \int_a^b \frac{\varrho \,\mathrm{d}r}{2\pi r^2} = \frac{\varrho}{2\pi}\left[\frac{-1}{r}\right]_a^b = \frac{\varrho}{2\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$R = \frac{\varrho}{2\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

och <u>Svar:</u>

$$\varrho = 2\pi R_{\mathrm{ab}}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^{-1} = 2\pi R_{\mathrm{ab}}\frac{ab}{b-a}$$

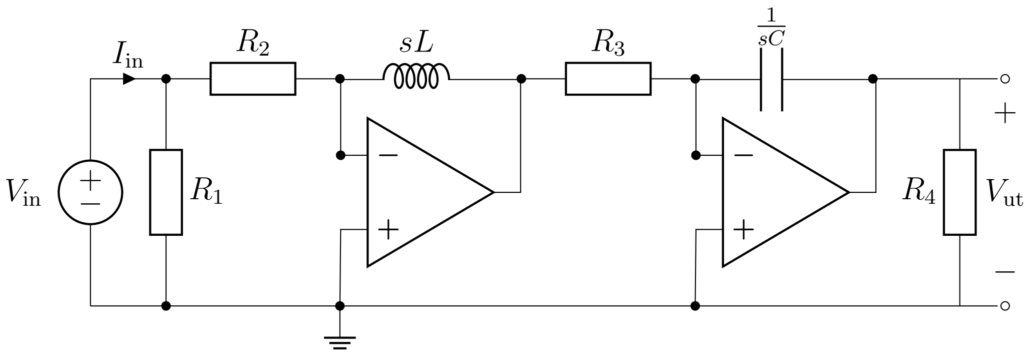
3



Bestäm överföringsfunktionen $V_{\text{ut}}/V_{\text{in}}$ för kopplingen i figuren. Resistanserna $R_1, ...R_4$, kapacitansen C och induktansen L är kända och operationsförstärkarna kan anses vara ideala.

3.1 Lösning

Transformera till Laplacedomän



Ideala operationsförstärkare med negativ återkoppling ger att ingångsspänningen på operationsförstärkarna är noll och därmed har de också potential lika med noll (jordade).

Använd nodanalys

$$\frac{0 - V_{\text{in}}}{R_2} + \frac{0 - V_1}{sL} = 0 \Longrightarrow V_1 = -\frac{sL}{R_2} V_{\text{in}}$$

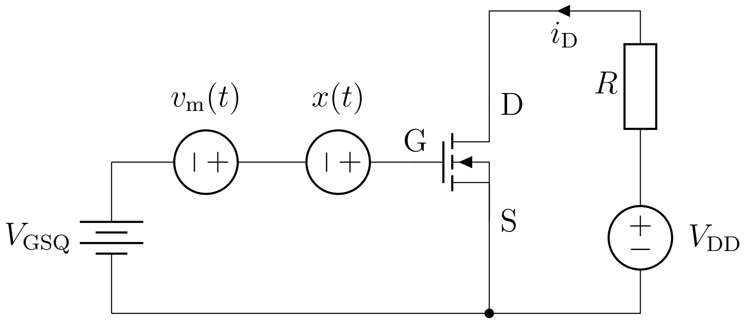
och

$$\frac{0 - V_1}{R_3} + \frac{0 - V_{\text{ut}}}{1/(sC)} = 0 \Longrightarrow V_{\text{ut}} = -\frac{1}{R_3 sC} V_1 = \frac{L}{R_2 R_3 C} V_{\text{in}}$$

Vilket ger överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{V_{\text{ut}}}{V_{\text{in}}} = \frac{L}{R_2 R_3 C}$$

4



Transistorer har en olinjär ström-spänningskarakteristik som kan användas för att modulera signaler. I figuren visas en enkel krets med en MOSFET (NMOS) för att illustrera principen. Antag att signalen $x(t) = A\cos(\omega_1 t)$ ska moduleras med bärvågen $v_m(t) = M\cos(\omega_c t)$ för att generera signaler med vinkelfrekvenser $\omega_c \pm \omega_1$. Likspänningarna V_{GSQ} och V_{DD} är valda så att transistorn befinner sig i mättnadsområdet. Tröskelspänningen för transistorn är $V_{t0} = 0.5\,\mathrm{V}$ och $K = 0.1\,\mathrm{mAV}^{-2}$.

1. Bestäm strömmen $i_D(t)$
2. Bestäm amplituden för frekvenskomponenterna $\omega_c \pm \omega_1$ i strömmen $i_D(t)$.

4.1 Lösning

Strömmen ges av

$$i_D = K\left(v_{GS} - V_{t0}\right)^2 \tag{1}$$

i mättnadsområdet. Spänningen $v_{GS}(t)$ är

$$v_{GS}(t) = V_{GSQ} + M\cos(\omega_c t) + A\cos(\omega_1 t)$$

Insatt i (1)

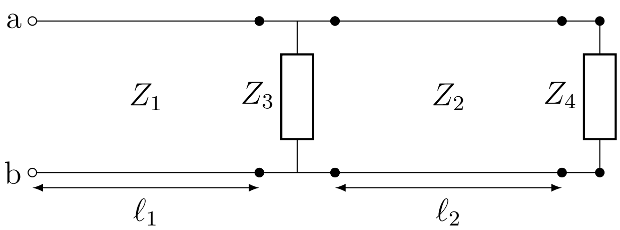
$$\begin{aligned} i_D(t) &= K\big(V_{GSQ} + M\cos(\omega_c t) + A\cos(\omega_1 t) - V_{t0}\big)^2 \\ &= K\big((V_{GSQ}-V_{t0})^2 + M^2\cos^2(\omega_c t) + A^2\cos^2(\omega_1 t) + 2(V_{GSQ}-V_{t0})(M\cos(\omega_c t) + A\cos(\omega_1 t))\big) \\ &\qquad + 2KMA\cos(\omega_c t)\cos(\omega_1 t) \end{aligned}$$

Det är bara den sista termen som innehåller de intressanta termerna (de övriga termerna innehåller DC, ursprungliga frekvenser och dubbla frekvenser). Den sista termen kan skrivas

$$2KMA\cos(\omega_c t)\cos(\omega_1 t) = KMA\big(\cos([\omega_c + \omega_1]t) + \cos([\omega_c - \omega_1]t)\big)$$

Svar: Strömmen $i_{\mathrm{D}}(t)$ enligt ovan. Amplituden för frekvenskomponenterna $\omega_{\mathrm{c}} \pm \omega_1$ är KMA.

5



Kopplingen består av två luftfyllda transmissionsledningar med karakteristiska impedanser Z_1 och Z_2 med vardera längd ℓ_1 och ℓ_2. Transmissionsledningarna är ihopkopplade med kretselement med impedanser Z_3 och Z_4. Bestäm inimpedansen mellan nodparet ab då $\ell_1 = \lambda/4$ och $Z_4 = Z_2$.

5.1 Lösning

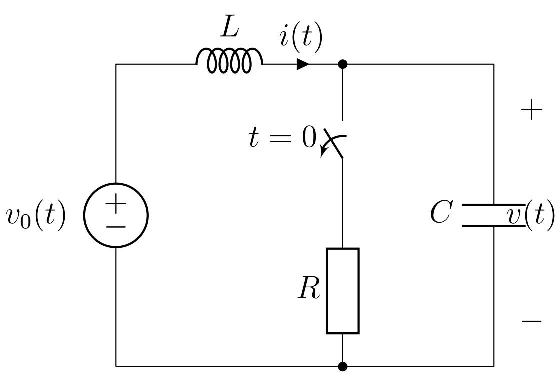
Lasten till Z_2 ledningen är anpassad vilket ger reflektionsfaktorn $\mathit{\Gamma}_2 = 0$. Det ger en parallellkoppling mellan Z_3 och Z_2,

$$\frac{1}{Z_5} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

som avslutning på ledningen med längd $\ell_1 = \lambda/4$ och därmed Svar:

$$Z_{\mathrm{ab}} = Z_1^2/Z_5 = \frac{Z_1^2}{Z_3} + \frac{Z_1^2}{Z_2}$$

6

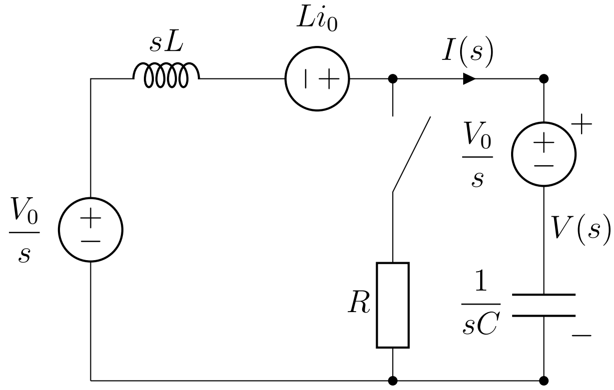


Spänningskällan ger en likspänning $v_0(t) = V_0$. Strömbrytaren öppnas vid tiden $t = 0$.

- Bestäm den minsta tiden t för $i(t) = 0$
- Bestäm det maximala värdet av spänningen $v(t)$

6.1 Lösning

För $t < 0$ har vi $i(t) = V_0/R$ och $v(t) = V_0$. Laplacetransformera kretsen för att bestämma $i(t)$ för tider då $i(t) \geq 0$.



Strömmen ges av Ohms lag

$$I(s) = \frac{\frac{V_0}{s} + Li_0 - \frac{V_0}{s}}{sL + \frac{1}{sC}} = \frac{Li_0}{sL + \frac{1}{sC}} = i_0 \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$$

där vi infört vinkelfrekvensen $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

En invers Laplacetransform (Tab. B2) ger nu

$$i(t) = i_0 \cos(\omega_0 t) = \frac{V_0}{R} \cos(\omega_0 t)$$

Strömmen är positiv för $\omega_0 t < \pi/2$ och noll för

$$t = \frac{\pi}{2\omega_0} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2}$$

Spänningen över kapacitansen $i = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ bestäms av att integrera strömmen

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{C}\int_0^t \frac{V_0}{R}\cos(\omega_0 t_1)\,\mathrm{d}t_1 = V_0 + \frac{V_0}{RC\omega_0}\left[\sin(\omega_0 t_1)\right]_0^t$$
$$= V_0 + \frac{V_0}{RC\omega_0}\sin(\omega_0 t) = V_0\left(1 + \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}}\sin(\omega_0 t)\right)$$

med maximal spänning $V_0(1 + \sqrt{L/(R^2C)})$ för tiden $t = \pi/(2\omega_0)$.