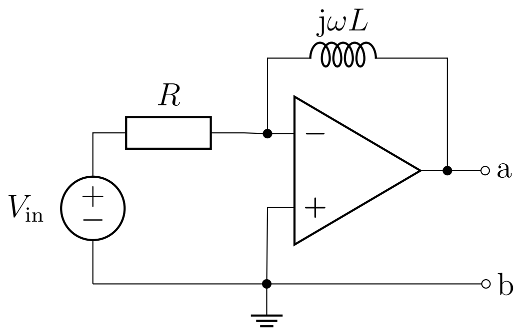
Tentamen i EITF90 Ellära och elektronik, 25/8 2020

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i kretsteori. Observera att uppgifterna inte är sorterade i svårighetsordning. Alla lösningar skall ges tydliga motiveringar.

1

Bestäm Théveninekvivalenten i frekvensdomänen med avseende på nodparet a–b i kretsen. Spänningskällan är tidsharmonisk med $v_{\mathrm{in}}(t) = \mathrm{Re}\{V_{\mathrm{in}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\}$.
Operationsförstärkaren kan anses vara ideal och V_{in}, R, ω, och L är givna.



1.1 English text

Determine the Thévenine equivalent in the frequency domain with respect to the node pair a - b in the circuit. The voltage source is time harmonic with $v_{\mathrm{in}}(t) = \mathrm{Re}\{V_{\mathrm{in}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\}$.

The operational amplifier can be considered ideal and V_{in}, R, ω, and L are given.

1.2 Lösning

Jämför med en Théveninekvivalent. Bestämmer först tomgångsspänningen $V_{\mathrm{ab}} = V_{\mathrm{t}}$ med nodanalys

$$\frac{0 - V_{\mathrm{in}}}{R} + \frac{0 - V_{\mathrm{t}}}{\mathrm{j}\omega L} = 0 \Rightarrow V_{\mathrm{t}} = -V_{\mathrm{in}}\frac{\mathrm{j}\omega L}{R}$$

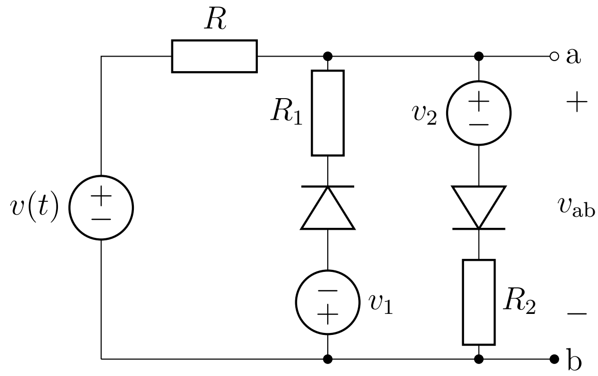
Koppla in en last Z_{L} mellan ab. Det ger samma spänning så spänningen beror inte på Z_{L}. Det motsvarar en inre resistans $R_{\mathrm{t}} = 0$.

Svar:

$$V_{\mathrm{t}} = -V_{\mathrm{in}}\frac{\mathrm{j}\omega L}{R} \quad \text{och } R_{\mathrm{t}} = 0$$

2

Bestäm spänningen $v_{\mathrm{ab}}(t)$ då $v(t) = V_0\cos(\omega t)$ för alla tider t. Spänningarna satisfierar $V_0 > v_n > 0$, $n = 1, 2$, vinkelfrekvensen ω, resistanserna R, R_1, R_2 är kända och dioderna kan anses vara ideala.

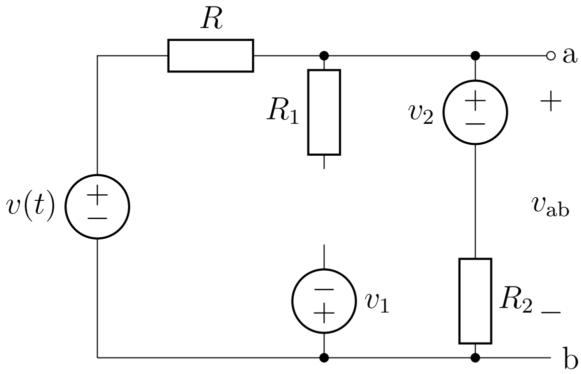


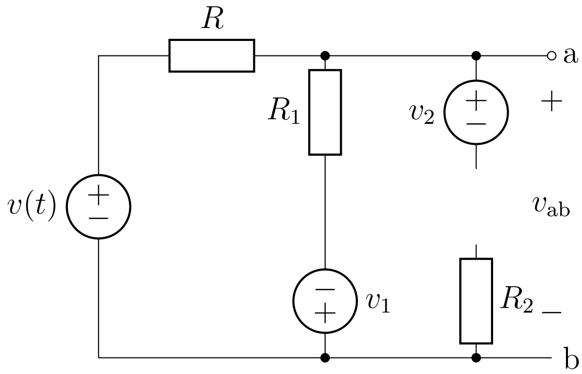
2.1 English text

Determine the voltage $v_{\mathrm{ab}}(t)$ with $v(t) = V_0\cos(\omega t)$ for all times t. The voltages satisfy $V_0 > v_n > 0$, $n = 1, 2$, the angular frequency ω, the resistances R, R_1, R_2 are known and the diodes can be considered ideal.

2.2 Lösning

De ideala dioderna är antingen avbrott eller kortslutningar. Antag först att de är avbrott vilket ger spänningen $v_{\mathrm{ab}} = v(t)$. Antag därefter att diod 1 är ett avbrott och diod 2 en kortslutning vilket ger kretsen till vänster (tvärtom till höger)





Med KCL på nod a får vi

$$\frac{v_{\mathrm{ab}} - v}{R} + \frac{v_{\mathrm{ab}} - v_2 - 0}{R_2} = 0$$

med lösning

$$v_{\mathrm{ab}}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}\right) = \frac{v}{R} + \frac{v_2}{R_2} \Rightarrow v_{\mathrm{ab}} = \frac{R_2 v + R v_2}{R_2 + R}$$

Dioden växlar från avbrott till kortslutning då $v_{\mathrm{ab}} = v_2 \Rightarrow v = v_2$. Det kan också inses genom att anta att potentialen i nod a (jorda b) är $v_{\mathrm{ab}} < v_2$. Då är potentialen ovanför dioden negativ och dioden ett avbrott. Med $v_{\mathrm{ab}} > v_2$ är potentialen ovanför dioden positiv och dioden en kortslutning.

För det andra fallet $v(t) < 0$ får vi med KCL på nod a

$$\frac{v_{\mathrm{ab}} - v}{R} + \frac{v_{\mathrm{ab}} + v_1}{R_1} = 0$$

med lösning

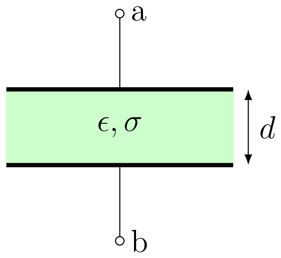
$$v_{\text{ab}}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R}\right)=\frac{v}{R}-\frac{v_1}{R_1}\Rightarrow v_{\text{ab}}=\frac{R_1v-Rv_1}{R_1+R}$$

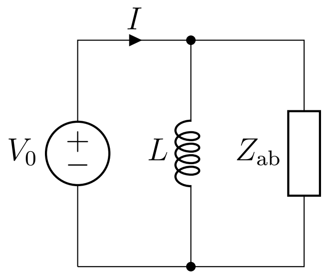
Dioden växlar från avbrott till kortslutning då $v_{\text{ab}}=-v_1\Rightarrow v=-v_1$.

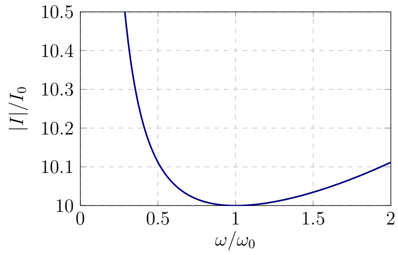
<u>Svar:</u>

$$v_{\text{ab}}(t)=\begin{cases}\frac{R_2v+Rv_2}{R_2+R} & v(t)\geq v_2\\ v(t) & -v_1<v(t)<v_2\\ \frac{R_1v-Rv_1}{R_1+R} & v(t)\leq -v_1\end{cases}$$

3







En plattkondensator som består av två plana metallytor med area A separerade ett avstånd d. Plattkondensatorn är fylld med ett material med permittivitet ε och konduktivitet σ och tjocklek d.

1. Bestäm impedansen $Z_{\text{ab}}(\omega)$ för plattkondensatorn (uttryckt i $\omega, A, \varepsilon, \sigma, d$).

2. En spole med induktans L kopplas parallellt med plattkondensatorn och strömmen I mäts över $0 < \omega < 2\omega_0$ med en spänningskälla $v(t) = V_0 \cos(\omega t)$ enligt figuren. Uttryck permittiviteten ε och konduktiviteten σ i ω_0, I_0, A, d.

3.1 English text

A plate capacitor consists of two flat metal surfaces with area A separated a distance d. The plate capacitor is filled with a material with permittivity ε and conductivity σ and thickness d.

1. Determine the impedance $Z_{\text{ab}}(\omega)$ for the plate capacitor (expressed in $\omega, A, \varepsilon, \sigma, d$).

2. A coil with inductance L is connected in parallel with the plate capacitor and the current I is measured for $0 < \omega < 2\omega_0$ with a voltage source $v(t) = V_0 \cos(\omega t)$ according to the figure. Express the permittivity ε and the conductivity σ i ω_0, I_0, A, d.

3.2 Lösning

Vi kan betrakta plattkondensatorn som en parallellkoppling mellan en kapacitans och en resistans (formelsamlingen) med

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \quad \text{och } R = \frac{d}{A\sigma}$$

Total impedans

$$Z_{\text{ab}}(\omega) = \frac{1}{R^{-1} + \mathrm{j}\omega C} = \frac{1}{\frac{A\sigma}{d} + \mathrm{j}\omega\frac{\varepsilon A}{d}} = \frac{d/A}{\sigma + \mathrm{j}\omega\varepsilon}$$

Med en parallellkopplad induktans L har vi $I = Z_{\text{tot}}^{-1} V = Y_{\text{tot}} V$ med

$$Z_{\text{tot}}^{-1} = Y_{\text{tot}} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

och

$$|I| = |V_0| \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

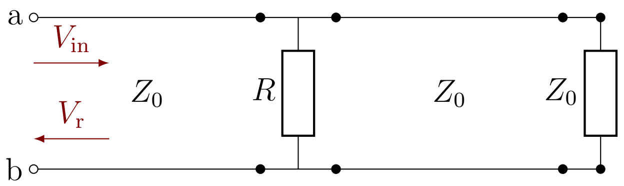
med minimum avläst från grafen

$$|I| = 10I_0 = \frac{|V_0|}{R} \quad \text{för } C = 1/(\omega_0^2 L) \quad \Rightarrow \quad R = \frac{|V_0|}{10I_0}$$

Insatt i uttrycken för plattkondensatorn: <u>Svar:</u>

$$\sigma = \frac{d}{AR} = \frac{10dI_0}{A|V_0|} \quad \text{och } \varepsilon = \frac{dC}{A} = \frac{d}{A\omega_0^2 L}$$

4



Växelverkan mellan en elektromagnetisk våg och en tunn film kan modelleras med hjälp av en transmissionsledning. Transmissionsledningen har karakteristisk impedans Z_0 (karakteristiska impedansen för frirymd) och den tunna filmen har resistans R. En våg V_{in} med effekt $P_{\mathrm{in}} = |V_{\mathrm{in}}|^2/(2Z_0)$ infaller mot R.

Bestäm

1. den reflekterade effekten P_{r} (effekten i den reflekterade vågen V_{r})
2. den absorberade effekten P_{a} i lasten R

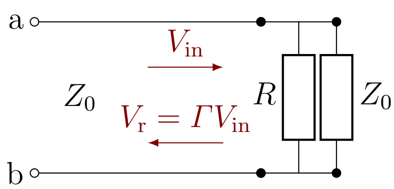
4.1 English text

The interaction between an electromagnetic wave and a thin film can be modeled using a transmission line. The transmission line has characteristic impedance Z_0 (characteristic impedance for free space) and the thin film has resistance R. A wave V_{in} with power $P_{\mathrm{in}} = |V_{\mathrm{in}}|^2/(2Z_0)$ propagates towards R.

Determine

1. the reflected power P_{r} (the power in the reflected wave V_{r})
2. the absorbed power P_{a} in the load R

4.2 Lösning



Lasten i den högra delen av transmissionsledningen är anpassad så dess reflektionskoefficient är $\Gamma_1 = (Z_0 - Z_0)/(Z_0 + Z_0) = 0$. Den vänstra delen av transmissionsledningen är därmed avslutad med

$$R//Z_0 = \frac{RZ_0}{R + Z_0} = \frac{R}{R/Z_0 + 1}$$

med reflektionscoefficent

$$\Gamma = \frac{R//Z_0 - Z_0}{R//Z_0 + Z_0} = \frac{\frac{R/Z_0}{R/Z_0+1} - 1}{\frac{R/Z_0}{R/Z_0+1} + 1} = \frac{-1}{2R/Z_0 + 1} = \frac{-Z_0}{2R + Z_0}$$

Den reflekterade effekten ges av $P_{\mathrm{r}} = P_{\mathrm{in}}|\Gamma|^2$.

Den absorberade effekten i R ges av spänningen V över och strömmen genom motståndet

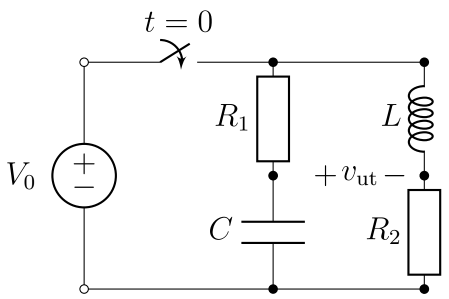
$$
\begin{aligned}
P_\mathrm{a} &= \frac{\mathrm{Re}\{VI^*\}}{2} = \frac{|V|^2}{2R} = \frac{|V^+ + V^-|^2}{2R} = \frac{|V^+ + \mathit{\Gamma} V^+|^2}{2R} = \frac{|V^+|^2|1+\mathit{\Gamma}|^2}{2R} \\
&= P_\mathrm{in}\frac{|1+\mathit{\Gamma}|^2}{R/Z_0} = P_\mathrm{in}\frac{|1-\frac{1}{2R/Z_0+1}|^2}{R/Z_0} = P_\mathrm{in}\frac{(2R/Z_0)^2}{R/Z_0(2R/Z_0+1)^2} = P_\mathrm{in}\frac{4R/Z_0}{(2R/Z_0+1)^2}
\end{aligned}
$$

5

I kopplingen sluts strömbrytaren vid tiden $t = 0$ och likspänningen V_0 och komponenterna R_1, R_2, L, C är kända.

1. Bestäm spänningen $v_{\mathrm{ut}}(t)$ för alla tider t.

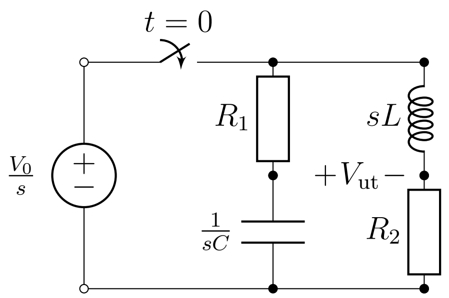
2. Bestäm sambandet mellan R_1, R_2, L, C för fallet $v_{\mathrm{ut}}(t) = 0$.



5.1 English text

In the connection, the switch closes at time $t = 0$ and the DC voltage V_0 and the components R_1, R_2, L, C are known.

5.2 Lösning



Transformera till Laplaceplanet och använd spänningsdelning

$$V_{\mathrm{ut}}(s) = \frac{V_0}{s}\left(\frac{\frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}} - \frac{R_2}{R_2 + sL}\right) = \frac{V_0}{s}\left(\frac{1/(R_1C)}{s + 1/(R_1C)} - \frac{R_2/L}{R_2/L + s}\right)$$

Inversetransform

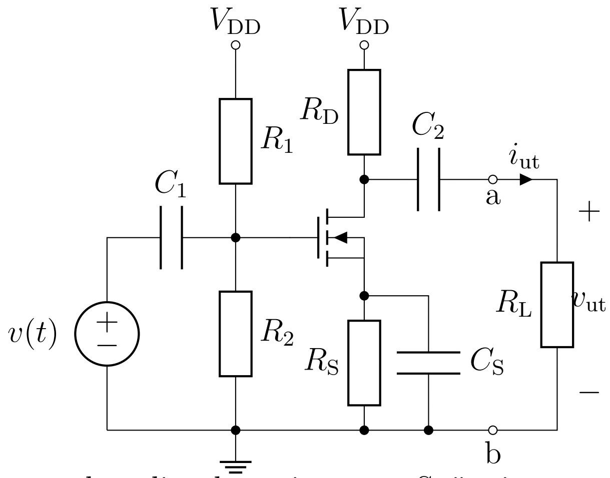
$$v_{\mathrm{ut}}(t) = V_0\left(-1 + \mathrm{e}^{-t/(R_1C)} + 1 - \mathrm{e}^{-tR_2/L}\right)\mathrm{H}(t) = V_0\left(\mathrm{e}^{-t/(R_1C)} - \mathrm{e}^{-tR_2/L}\right)\mathrm{H}(t)$$

Spänningen är noll om

$$\frac{1}{R_1C} = \frac{R_2}{L}$$

6

(a) Skissa de två kurvor i $\{V_{\mathrm{GS}}, I_{\mathrm{D}}\}$-planet vars skärningspunkt ger arbetspunkten, dvs V_{GSQ} och I_{DQ}.
(b) Bestäm storsignalströmmen I_{DQ} för fallet med $R_{\mathrm{s}} = 0$.
(c) Rita småsignalschemat för kretsen och bestäm $v_{\mathrm{ut}}(t)$.
(d) Bestäm förstärkningen $A = v_{\mathrm{ut}}/v_{\mathrm{in}}$.



I kretsen kan alla kapacitanser betraktas som kopplingskapacitanser. Spänningen och motstånden är valda så att transistorn är i mättnadsområdet (V_{t} och K är kända).

6.1 English text

(a) Sketch the two curves in the $\{V_{\mathrm{GS}}, I_{\mathrm{D}}\}$-plane whose intersection gives the bias point, that is, V_{GSQ} and I_{DQ}.

(b) Determine the bias current I_{DQ} for the case with $R_{\mathrm{s}} = 0$.

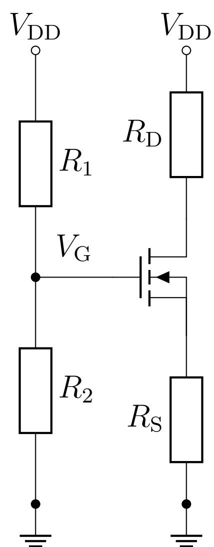
(c) Draw the small signal circuit and determine $v_{\mathrm{ut}}(t)$.

(d) Determine the amplification $A = v_{\mathrm{ut}}/v_{\mathrm{in}}$.

The capacitors in the circuit can be treated as coupling capacitances. The voltage and the resistors are chosen so that the transistor is in the saturated region (V_{t} and K are known quantities).

6.2 Lösning

Använd att kopplingskapacitanserna är avbrott för drivspänningen vilket ger kretsen



(a) Arbetspunkten, Q, för transistorn kan bestämmas med belastningslinjen. KVL över R_2, G, S och R_S i figuren ger

$$V_\mathrm{G} - V_\mathrm{GS} - I_\mathrm{D} R_\mathrm{S} = 0$$

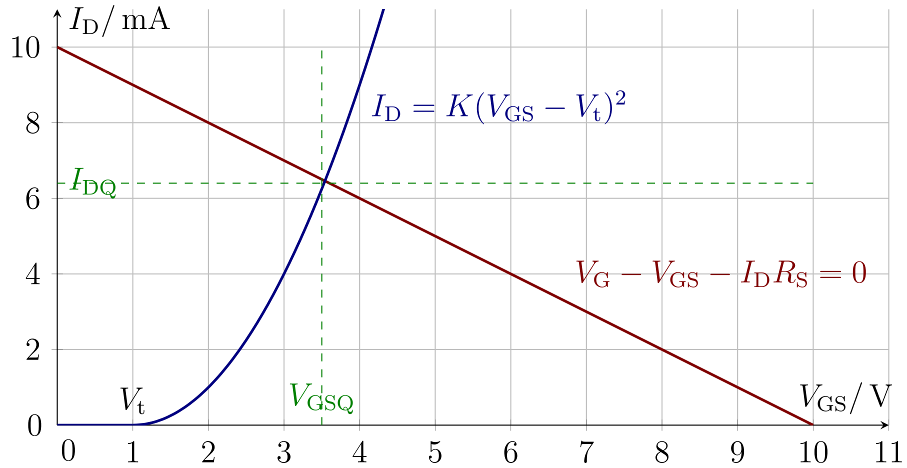
där (spänningsdelning)

$$V_\mathrm{G} = V_\mathrm{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

är potentialen i G. Sambandet i mättnadsområdet är

$$I_\mathrm{D} = K(V_\mathrm{GS} - V_\mathrm{t})^2$$

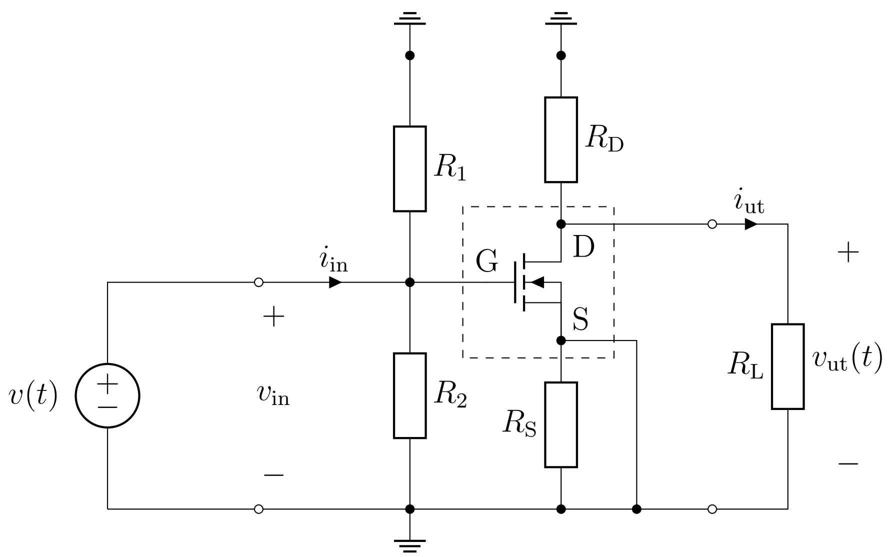
Lösningen av ekvationssystemet ger arbetspunkten $I_\mathrm{DQ}, V_\mathrm{GSQ}$.



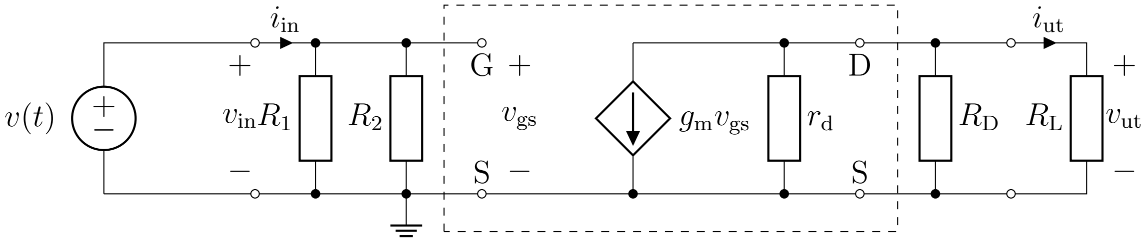
(b) För fallet med $R_\mathrm{s} = 0$ har vi $V_\mathrm{GS} = V_\mathrm{G}$ och därmed

$$I_\mathrm{D} = K(V_\mathrm{GS} - V_\mathrm{t})^2 = K(V_\mathrm{G} - V_\mathrm{t})^2 = K\left(V_\mathrm{DD}\frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_\mathrm{t}\right)^2 .$$

(c) Småsignalschemat fås genom att ersätta kopplingskondensatorerna och likspänningskällan med kortslutningar.



och



Här kan vi också använda att $r_{\mathrm{d}} = \infty$ i mättnadsområdet. Spänningen $v_{\mathrm{GS}} = v_{\mathrm{in}}$ och förstärkningen

$$A = \frac{v_{\mathrm{ut}}}{v_{\mathrm{in}}} = \frac{-g_{\mathrm{m}}}{1/r_{\mathrm{d}} + 1/R_{\mathrm{D}} + 1/R_{\mathrm{L}}} = \frac{-g_{\mathrm{m}}}{1/R_{\mathrm{D}} + 1/R_{\mathrm{L}}}$$