Svar till övningar i Griffiths (4:de upplagan)

1.11 a) $\nabla f = 2x\hat{\boldsymbol{x}} + 3y^2\hat{\boldsymbol{y}} + 4z^3\hat{\boldsymbol{z}}$

b) $\nabla f = 2xy^3z^4\hat{\boldsymbol{x}} + 3x^2y^2z^4\hat{\boldsymbol{y}} + 4x^2y^3z^3\hat{\boldsymbol{z}}$

c) $\nabla f = \hat{\boldsymbol{x}}\mathrm{e}^x \sin y \ln z + \hat{\boldsymbol{y}}\mathrm{e}^x \cos y \ln z + \hat{\boldsymbol{z}}\mathrm{e}^x z^{-1} \sin y$

1.12 a) Toppen befinner sig på $y = 3$ och $x = -2$ vilket ger 3 miles norr, 2 miles väst om South Hadley

b) $h = 720$ fot

c) $|\nabla h| = 220\sqrt{2} \approx 311$ fot/mile i riktning nordväst

1.13c) $nR^{n-1}\hat{\boldsymbol{R}}$ där $\boldsymbol{R} = (x - x', y - y', z - z')$

1.15 a) 0

b) $y + 2z + 3x$

c) $2(x + y)$

1.16 Divergensen är noll överallt utom för $r = 0$ där den är oändlig

1.18 a) $-6xz\hat{\boldsymbol{x}} + 2z\hat{\boldsymbol{y}} + 3z^2\hat{\boldsymbol{z}}$

b) $-2y\hat{\boldsymbol{x}} - 3z\hat{\boldsymbol{y}} - x\hat{\boldsymbol{z}}$

c) $(2z - 2z)\hat{\boldsymbol{x}} + (0 - 0)\hat{\boldsymbol{y}} + (2y - 2y)\hat{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{0}$

2.2 $\boldsymbol{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{qd}{(z^2 + (d/2)^2)^{3/2}}\hat{\boldsymbol{x}}$

2.6 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{disc}} = \dfrac{\sigma z}{2\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{|z|} - \dfrac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right)\hat{\boldsymbol{z}}$

Då $R \gg z$ fås $\boldsymbol{E} = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{\boldsymbol{z}}$

Då $z \gg R$ gäller $\boldsymbol{E} = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\hat{\boldsymbol{z}}$ där $= \pi R^2\sigma$

2.31 a) $W_4 = qV = \dfrac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(-2 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

b) $W_{\mathrm{tot}} = \dfrac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a}\left(-2 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

3.3 I sfäriska koordinater gäller $V = \dfrac{c}{r} + k$ och i cylinderkoordinater $V = c\ln r_{\mathrm{c}} + k$

3.11 Det blir en spegelladdning $-q$ i $(-a, b, 0)$, en spegelladdning $-q$ i $(a, -b, 0)$, och en spegelladdning q i $(-a, -b, 0)$. Potentialen ges av

$$V(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y+b)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y+b)^2 + z^2}}\right)$$

3.33 **a)** $\boldsymbol{F} = -\frac{pq}{4\pi\epsilon_0 a^3}\hat{\boldsymbol{z}}$

b) $\boldsymbol{F} = \frac{2pq}{4\pi\epsilon_0 a^3}\hat{\boldsymbol{z}}$

c) $V = \frac{pq}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

3.34 Om vi tar med monopol- och dipolbidraget fås
$V \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{1}{r} + \frac{a\cos\theta}{r^2}\right)$ och
$\boldsymbol{E} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{1}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{a}{r^3}\left(2\hat{\boldsymbol{r}}\cos\theta + \hat{\boldsymbol{\theta}}\sin\theta\right)\right)$

5.57 $R = \left(\frac{\mu_0 m_0}{2\pi B_0}\right)^{1/3}$

5.58 **a)** $\boldsymbol{m} = -\frac{Q\omega R^2}{2}\hat{\boldsymbol{z}}$ och $\boldsymbol{L} = M\omega R^2\hat{\boldsymbol{z}}$ ger $\frac{m}{L} = \frac{Q}{2M}$

b) $\frac{m}{L} = \frac{Q}{2M}$

c) $m = 4.61 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{Am}^2$

7.3 $\tau = RC = \epsilon/\sigma$

7.8 **a)** $\Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\ln\left(\frac{r_\mathrm{c} + a}{r_\mathrm{c}}\right)$

b) $\mathcal{E} = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi r_\mathrm{c}(r_\mathrm{c} + a)}$, strömmen går moturs

c) $\mathcal{E} = 0$

7.9 Använd att $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$

7.34 $\frac{\mu_0 I s}{2\pi a^2}\hat{\boldsymbol{\phi}}$

7.44 **a)** Faradays lag gör att $\boldsymbol{B}$ är oberoende av tiden

b) Inuti ledaren är $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$ (annars fås oändliga strömmar), och integralformen av Faradays lag ger då att flödet är konstant i tiden

c) Från Ampères lag och det faktum att $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$ och $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$ följer att $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{0}$ inuti ledaren