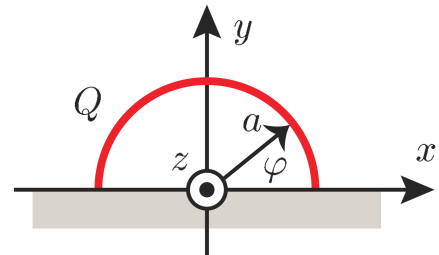


Seminarium EF 2019-09-25

På kursens första seminarium kommer vi att räkna två eller tre av nedanstående uppgifter. Förbered dig väl inför seminariet genom att fundera på lämpliga lösningsmetoder!

Uppgift 1

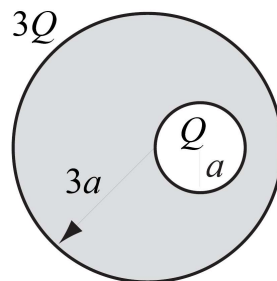
Halvrymden $y > 0$ avgränsas av en jordad metallyta i xz -planet. Ovanpå metallytan (men isolerad från den) har det placerats en laddad halvcirkel, enligt figuren. Halvcirkeln befinner sig i xy -planet, har radien a och totalladdningen Q . Laddningen är fördelad över båglängden så att $\rho_l \propto \varphi$ ($0 < \varphi < \pi$).



- (a) Bestäm ytladdningstätheten ρ_S som induceras på metallskivan, för alla z -värden.
- (b) För godtycklig riktning i xz -planet, bestäm den inducerade ytladdningstätheten ρ_S approximativt på stora avstånd från origo ($r \ll a$).

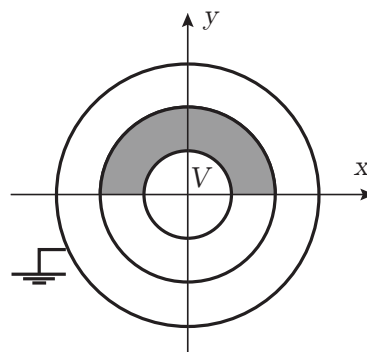
Ledning: Dipolmomentet av en laddningsfördelning kan i allmänhet beräknas som $\mathbf{p} = \int \rho_l(\mathbf{r})\mathbf{r}d\ell$.

Uppgift 2



Två sfäriska metallskal med radierna a och $3a$ har laddningarna Q respektive $3Q$ ($Q > 0$). De är placerade så att avståndet mellan deras medelpunkter är a , se figur. Det yttre skalet jordas sedan via en tråd som har resistansen R . Bestäm den i tråden utvecklade värmeenergin!

Uppgift 3



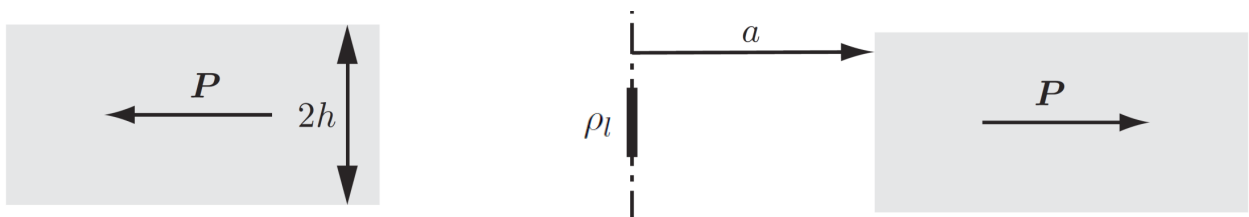
Bilden visar tre tunna sfäriska metallskal med radierna a , $2a$ och $3a$. I det mörka området finns ett dielektrikum med den relativa permittiviteten ϵ_r , medan det i de vita områdena råder vakuum. Det innersta skalet har potentialen $V > 0$, det mittersta skalet är oladdat och det yttersta skalet är jordat.

a) Vilka av följande påståenden är sanna:

1. Det elektriska fältet är riktat radiellt utåt överallt.
2. $|\mathbf{D}(\mathbf{r})|$ är konstant på sfären $r = \sqrt{2}a$.
3. $|\mathbf{E}(\mathbf{r})|$ är konstant på sfären $r = \sqrt{2}a$.
4. Den innersta sfären och den yttersta sfären har samma (fria) laddning, men med olika tecken.
5. Den fria ytladdningstätheten på utsidan av den mellersta sfären är konstant.
6. Den fria ytladdningstätheten på insidan av den mellersta sfären är konstant.
7. $Q_{\text{ut}} = -Q_{\text{in}}$ där Q_{ut} är total (fri) ytladdning på utsidan av det innersta skalet och Q_{in} är den totala ytladdningen på dess insida.
8. $Q_{\text{ut}} = -Q_{\text{in}}$ där Q_{ut} är total (fri) ytladdning på utsidan av det mittersta skalet och Q_{in} är den totala ytladdningen på dess insida.
9. $Q_{\text{ut}} = -Q_{\text{in}}$ där Q_{ut} är total (fri) ytladdning på utsidan av det yttersta skalet och Q_{in} är den totala ytladdningen på dess insida.

b) Bestäm kapacitansen mellan det innersta och yttersta skalet.

Uppgift 4

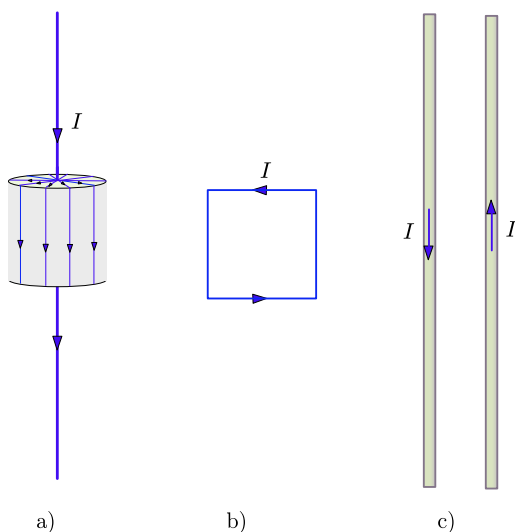


I en tunn dielektrisk platta med höjden $2h$, har man (långt ifrån kanterna) borrar ett hål med radien a . Om vi lägger origo i hålets centrum och lägger z -axeln som symmetriaxel, blir plattans inhomogena polarisation $\mathbf{P} = P_0 \frac{a}{r_c} \hat{\mathbf{r}}_c$, där r_c är avståndet från symmetriaxeln i cylindriska koordinater.

Centrerad kring mitten av hålet finns en koaxiellt placerad mycket kort stav med längden $2d$, där $d \ll a$. Staven har linjeladdningstätheten $\rho_l(z) = \rho_{l0} \frac{z^3}{d^3}$.

Bestäm kraften på den korta staven!

Uppgift 5



Lös följande uppgifter. Ge argument för om du skall använda Biot-Savarts lag, eller Ampères lag på integralform.

a) Två halvoändliga ledare har kopplats in på mittpunkten av ändytorna till en rät cirkulär cylinder med radien R och höjden h . Cylindern har tunna metallväggar. Det går en ström I igenom de raka ledarna. Bestäm den magnetiska flödestätheten $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ överallt.

b) En kvadratisk slinga har sidan a . Det flyter en ström I i slingan. Bestäm den magnetiska flödestätheten i slingans mittpunkt.

c) Två oändligt långa raka homogena cylindrar har radien a . Deras symmetriaxlar befinner sig på avståndet $10a$ från varandra. Det flyter en ström I nedåt i den vänstra cylindern och en lika stor ström uppåt i den högra. Strömmarna är jämnt fördelade över tvärsnittsytorerna. Bestäm \mathbf{B} längs symmetriaxeln av vardera ledare. Ledarna är gjorda av icke-magnetiska material, t.ex. koppar eller aluminium.