

LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA  
Inst. för Elektro- och Informationsteknik

DIGITAL SIGNALBEHANDLING, EITF75, 2017  
Inlämningsuppgift 2 (av 2), Task 2 (out of 2)

Inlämningstid: Inlämnas senast kl 23.59 tisdagen den 10:e oktober, i kursens fack (EITF75/ESS040) på vån 3 i E-huset.  
[Complete the task within a week (until Tuesday 23.59, 10:th of Oct) and put it in the course mailbox at the third floor.]

Observandum: För att underlätta rättningen: [In order to simplify the correction:]  
-Lös endast en uppgift per blad. [Only solve one problem per paper sheet.]  
-Skriv namn på samtliga blad. [Please write your name on every paper sheet.]  
Påståenden måste motiveras via resonemang och/eller ekvationer.  
[Statements must be motivated by reasoning and/or equations.]  
Poäng från inlämningsuppgifterna adderas till tentamensresultatet.  
[The points from the tasks will be added to the examination score.]  
Max Tot. poäng (tentamen + båda inl.uppg) = 5.0 + 0.5 + 0.5 = 6.0  
[Max Tot. score (exam + 2 tasks) = 5.0 + 0.5 + 0.5 = 6.0]  
Betygsgränser för kursen: 3 ( $\geq 3.0p$ ), 4 ( $\geq 4.0p$ ), 5 ( $\geq 5.0p$ ).  
[Grading; 3 ( $\geq 3.0p$ ), 4 ( $\geq 4.0p$ ), 5 ( $\geq 5.0p$ ).]

1. Följande tids-diskreta signaler är givna;  
[The following discrete time signals are given]

$$x_1(n) = [-2 \quad -1 \quad 0 \quad -1 \quad -2], \quad x_2(n) = [-1 \quad 2 \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad -1]$$

Bestäm följande; (3 av 4 rätt svar ger full poäng)  
[Determine the following (3 out of 4 correct answers gives full points)]

- Den linjära faltningen av sekvenserna, dvs  $y(n) = x_1(n) * x_2(n)$ .  
[The linear convolution between the sequences, i.e.  $y(n) = x_1(n) * x_2(n)$ .]
- Den cirkulära faltningen modulo 4 av sekvenserna, dvs  $y(n) = x_1(n) \otimes_4 x_2(n)$ .  
[The circular convolution modulus 4 between the sequences, i.e.  $y(n) = x_1(n) \otimes_4 x_2(n)$ .]
- Den linjära korrelationen av sekvenserna, dvs  $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) * x_2(-n)$   
[The linear correlation between the sequences, i.e.  $y(n) = x_1(n) * x_2(-n)$ .]
- Den cirkulära korrelationen av sekvenserna modulo 5, dvs  
 $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) \otimes_5 x_2(-n)$   
[The circular correlation modulus 5 between the sequences, i.e.  $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) \otimes_5 x_2(-n)$ .]

(0.2p)

2. Vi har ett snurrande hjul med EN eker vars rotationshastighet vi vill bestämma. Vi målar denna eker med reflektiv färg och belyser den med ett stroboskop (vars blinkningsfrekvens är valbar) i ett mörkt rum. Vi ställer in stroboskopet så att vi ser en stillastående eker och detta sker vid blinkfrekvensen  $F_s = 750$  rpm (revolutions per minute). Vi dubblar  $F_s$  (dvs dubblar blinkningshastigheten på stroboskopet) och för fortfarande samma effekt, dvs vi ser en stillastående eker. Vi dubblar  $F_s$  en gång till och får effekten att vi ser två stillastående ekrar. Vilken/Vilka frekvens(er) i  $Hz$  kan vårt hjul snurra med? (0.1p)

*[We have a rotating wheel with ONE spoke and we wish to determine the rotation speed. We paint the spoke with a reflective colour and we illuminate the wheel with a stroboscope (which allows for an adjustable twinkle speed) in a dark room. We set the stroboscope such that we see a non-rotational spoke, which happens at  $F_s = 750$  rpm (revolutions per minute). We double  $F_s$  and still see one non-rotational spoke. When we double the sample rate of the stroboscope once again we see two non-rotational spokes. What frequency(ies) does our wheel rotate at, given in real frequency  $Hz$ ?]*

3. Signaler samplas, sampelomvandlas och rekonstrueras idealt enligt deluppgifter nedan. Bestäm vilka signaler som erhålls.

*[Signals are sampled, down sampled or up-sampled and reconstructed ideally according to the items below. Determine what the resulting signal will be. ]*

- a) Signalen  $\cos(2\pi 900t)$  samplas med  $F_s = 1500$  Hz, nedsamplas med en faktor 3 (dvs decimeras genom att bara vart tredje sampel behålls), samt rekonstrueras idealt (med  $F_s = 1500$  Hz).

*[The signal  $\cos(2\pi 900t)$  is sampled using  $F_s = 1500$  Hz, and then down sampled by a factor 3 (i.e. only every third sample value is kept). The resulting signal is then ideally reconstructed (using  $F_s = 1500$  Hz).]*

- b) Signalen  $\cos(2\pi 15t)$  samplas med  $F_s = 12$  Hz, uppsamplas med en faktor 4 (dvs interpoleras genom att 3 nollor läggs till mellan varje sampelvärde), samt rekonstrueras idealt med en ny samplefrekvens,  $F_s = 50$  Hz.

*[The signal  $\cos(2\pi 15t)$  is sampled with  $F_s = 12$  Hz, up-sampled (i.e. after every sample value 3 zeroes are inserted), and then ideally reconstructed with a new sample rate,  $F_s = 50$  Hz]*

(0.2p)

# Svar, Answers

1. SVAR a)

$$y(n) = x_1(n) * x_2(n) = [2 \quad \underset{\uparrow}{-3} \quad 2 \quad 5 \quad -1 \quad -1 \quad 6 \quad 1 \quad -1 \quad 2]$$

b)

$$y(n) = x_1(n) \otimes_4 x_2(n) = [1 \quad \underset{\uparrow}{-1} \quad 3 \quad 5] = [-\underset{\uparrow}{1} \quad 3 \quad 5 \quad 1]$$

c)

$$r_{x_1 x_2}(n) = x_1(n) * x_2(-n) = [2 \quad -1 \quad 1 \quad 6 \quad -1 \quad -1 \quad \underset{\uparrow}{5} \quad 2 \quad -3 \quad 2]$$

d)

$$y(n) = x_1(n) \otimes_5 x_2(-n) = [\underset{\uparrow}{3} \quad 3 \quad 2 \quad -1 \quad -1]$$

2. SVAR Följande ekvationssystem skall uppfyllas [i enheten rpm]

$$\begin{aligned} 1. \quad & 1 \cdot \frac{F}{750} = 0 \pm k_1 \\ 2. \quad & 1 \cdot \frac{F}{1500} = 0 \pm k_2 \\ 3. \quad & 2 \cdot \frac{F}{3000} = 0 \pm k_3 \end{aligned}$$

Där  $k_1, k_2$  och  $k_3$  är godtyckliga heltal. Följande frekvens  $F$  uppfyller ovanstående ekvationer;

$$F = 1500 \text{ rpm} = 25 \text{ Hz}$$

(men även  $F = 1500 \cdot k \text{ rpm} = 25 \cdot k \text{ Hz}$ , där  $k$  är ett udda heltal, uppfyller ovanstående och samtidigt visar stillastående hjul i samtliga fall)

3. SVAR a)  $F_0 = 900 \text{ Hz}$  samplas och ger,  $f = \pm 900/1500 \pm k = \mp 0.4 \pm k$ . Denna frekvens decimeras och ger,  $f_D = \mp 0.4 * 3 \pm k = \mp 0.2 \pm k$ . Denna rekonstrueras idealt och ger slutligen  $F = 0.2 * 1500 = 300 \text{ Hz}$ . Dvs

$$y(t) = \cos(2\pi 300t)$$

b)  $F_0 = 15 \text{ Hz}$  samplas och ger  $f = \pm 15/12 \pm k = \pm 0.25 \pm k$ . Denna interpoleras med en faktor 4 ger

$$f_I = \frac{\pm 0.25 \pm k}{4} = \pm 0.0625 \pm k + \pm 0.1875 \pm k + \pm 0.3125 \pm k + \pm 0.4375 \pm k$$

Detta ger efter ideal rekonstruktion med  $F_s = 50 \text{ Hz}$  följande utsignal,

$$y(t) = \cos(2\pi 3.125t) + \cos(2\pi 9.375t) + \cos(2\pi 15.625t) + \cos(2\pi 21.875t)$$

Dvs  $F_1 = 3.125 \text{ Hz}$ ,  $F_2 = 9.375 \text{ Hz}$ ,  $F_3 = 15.625 \text{ Hz}$  och  $F_4 = 21.875 \text{ Hz}$ .