LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
Inst. för Elektro- och Informationsteknik

DIGITAL SIGNALBEHANDLING, EITF75, 2017
Inlämningsuppgift 1 (av 2), Task 1 (out of 2)

Inlämningstid: Inlämnas senast kl 17.00 söndagen den 1:e oktober, i kursens fack (EITF75/ESS040) på vån 3 i E-huset.
[*Complete the task within a week (until sun 17.00, 1:st of Oct) and put it in the*]
[*course mailbox at the third floor.*]

Observandum: För att underlätta rättningen: [*In order to simplify the correction:*]
-Lös endast en uppgift per blad. [*Only solve one problem per paper sheet.*]
-Skriv namn på samtliga blad. [*Please write your name on every paper sheet.*]
Påståenden måste motiveras via resonemang och/eller ekvationer.
[*Statements must be motivated by reasoning and/or equations.*]
Poäng från inlämningsuppgifterna adderas till tentamensresultatet.
[*The points from the tasks will be added to the examination score.*]
Max Tot. poäng (tentamen + båda inl.uppg) = 5.0 + 0.5 +0.5 = 6.0
[*Max Tot. score (exam + 2 tasks) = 5.0 + 0.5 +0.5 = 6.0*]
Betygsgränser för kursen: 3 ($\geq$3.0p), 4 ($\geq$4.0p), 5 ($\geq$5.0p).
[*Grading; 3 ($\geq$3.0p), 4 ($\geq$4.0p), 5 ($\geq$5.0p).*]

1. Ange vilka av nedanstående påståenden som är korrekta respektive felaktiga!
[*Indicate which of the following statements are correct and which are false.*]
(5 rätt av 6 ger 0.1 poäng) [*(5 correct answers out of 6 gives 0.1p)*]

   a) Ett kausalt FIR-filter har minst lika många poler som nollställen!
   [*A causal FIR-filter has at least as many poles as zeros!*]

   b) Rekursiva system har alla poler i origo!
   [*Recursive systems has all poles in the point of origin!*]

   c) Rekursiva system är alltid instabila!
   [*Recursive systems are always instable!*]

   d) Ett LTI-system har alltid en "linjär fas-funktion"!
   [*An LTI-system always has a linear-phase function!*]

   e) Ett FIR-filter har alltid en "linjär fas-funktion"!
   [*An FIR-filter always has a linear-phase function!*]

   f) Ett IIR-filter har aldrig en "linjär fas-funktion"!
   [*An IIR-filter never has a linear-phase function!*]

2. En tidsdiskret krets beskrivs av differensekvationen,
[*A discrete-time system is describbed by the following difference-equation,*]

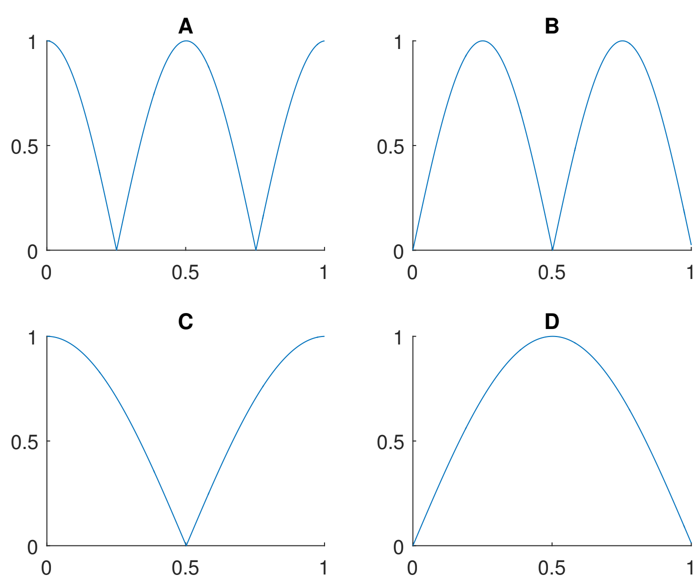
$$y(n) = 0.5y(n-1) + x(n) + 2x(n-1)$$

a) Rita pol-nollställesdiagram och bestäm impulssvaret $h(n)$ för kretsen. (0.1p)
[*Draw the corresponding pole-zero diagram and determine the impuls response, $h(n)$.*]
b) Bestäm utsignalen $y(n)$ om insignalen är $x(n) = cos(2\pi 0.25n)$ för alla n. (0.1p)
[*Determine the output signal $y(n)$ if the input signal is $x(n) = cos(2\pi 0.25n)$ for all n.*]

3. Nedan ges 4 in-utsignalssamband (1-4) samt 4 beloppsspektra $|H(f)|$ (A-D) för $0 \leq f \leq 1$.
[*Below we have 4 input-output relations (1-4) and 4 amplitude spectra $|H(f)|$ (A-D) for $0 \leq f \leq 1$.*]

a) Para ihop respektive in-utsignalsamband (1-4) med rätt spektrum (A-D)! (0.1p)
[*Pair the input-output relations (1-4) with the corresponding amplitude spectra (A-D)!*]
b) Låt insignalen vara $x(n) = 1 + cos(2\pi\frac{1}{4}n)$, bestäm för varje system (1-4) vilken utsignal vi erhåller! (0.1p)
[*Let the input be $x(n) = 1 + cos(2\pi\frac{1}{4}n)$, determine for every system (1-4) the corresponding output!*]

1. $y(n) = 0.5 \cdot (x(n) + x(n-2))$
2. $y(n) = 0.5 \cdot (x(n) - x(n-2))$
3. $y(n) = 0.5 \cdot (x(n) - x(n-1))$
4. $y(n) = 0.5 \cdot (x(n) + x(n-1))$



Svar, Answers

1. SVAR a) Rätt! (Correct)

   b) Fel! (Incorrect)

   c) Fel! (Incorrect)

   d) Fel! (Incorrect)

   e) Fel! (Incorrect)

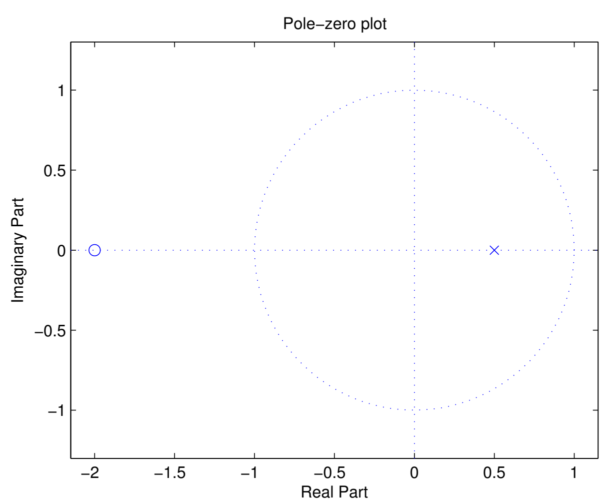
   f) Rätt! (Correct) Provided that we restrict our IIR filter to be stable!

2. SVAR a)

   Z-transformera differens-ekvationen, ger

$$\begin{aligned} Y(z) &= 0.5z^{-1}Y(z) + X(z) + 2z^{-1}X(z) \\ H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}} = \frac{z+2}{z-0.5} \qquad (1) \end{aligned}$$

Ekvation (1) ger direkt ett nollställe i $z = -2$ och en pol i $z = 0.5$.



$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}} = \frac{1}{1-0.5z^{-1}} + \frac{2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$$

Impulssvaret ges ur invers Z-transform av ovanstående uttryck,

$$h(n) = 0.5^n u(n) + 2 \cdot 0.5^{n-1} u(n-1)$$

2. SVAR b) Ett LTI-system förstärker och fördröjer signalen enligt följande uttryck,

$$y(n) = |H(\omega)|_{\omega=2\pi 0.25} \cos(2\pi 0.25 n + \arg\{H(\omega)|_{\omega=2\pi 0.25}\}) \quad \textit{för alla } n$$

$$H(\omega)|_{\substack{\omega=\pi/2 \\ z=j}} = \frac{1+2e^{-j2\pi 0.25}}{1-0.5e^{-j2\pi 0.25}} = \frac{1-2j}{1+0.5j} = -2j = 2e^{-j\pi/2}$$

Det ger följande utsignal,

$$y(n) = 2cos(2\pi 0.25n - \pi/2)$$

3.a SVAR 1-A
2-B
3-D
4-C

3.b SVAR Insignalen har två komponenter, en med frekvens $f = 0$ (dvs z=1) samt en komponent med frekvens $f = 1/4$ (dvs z=j). De fyra systemen har följande Z-transformer,

$$\begin{array}{lrcl}
1. & H_1(z) & = & \dfrac{1+z^{-2}}{2} => H_1(z=1) = 1, \quad H_1(z=j) = 0 \\
2. & H_2(z) & = & \dfrac{1-z^{-2}}{2} => H_2(z=1) = 0, \quad H_2(z=j) = 1 \\
3. & H_3(z) & = & \dfrac{1-z^{-1}}{2} => H_3(z=1) = 0, \quad H_3(z=j) = 0.5+0.5j \\
4. & H_4(z) & = & \dfrac{1+z^{-1}}{2} => H_4(z=1) = 1, \quad H_4(z=j) = 0.5-0.5j
\end{array}$$

(-4)

Det ger på samma sätt som i uppgift 2b) att utsignalerna blir

$$\begin{array}{lrcl}
1. & y_1(n) & = & 1 \\
2. & y_2(n) & = & cos(2\pi\frac{1}{4}n) \\
3. & y_3(n) & = & \frac{1}{\sqrt{2}}cos(2\pi\frac{1}{4}n + \pi/4) \\
4. & y_4(n) & = & 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}cos(2\pi\frac{1}{4}n - \pi/4)
\end{array}$$

(-7)