LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
Inst. for Elektro- och Informationsteknik

Tentamen 2017-01-04
DIGITAL SIGNALBEHANDLING, ESS040
Tid: 14.00-19.00
Sal: MA:8A

Hjälpmedel: Miniräknare, formelsamling i signalbehandling och en valfri bok i matematik.
[*Allowed items on exam: calculator, DSP and mathematical tables of formulas*]

Observandum: För att underlätta rättningen: [*In order to simplify the correction:*]
-Lös endast **en** uppgift per blad. [*Only solve one problem per paper sheet.*]
-Skriv kod+personlig identifierare på **samtliga** blad.
[*Please write your code+personal identifier on every paper sheet.*]
Påståenden måste motiveras via resonemang och/eller ekvationer.
[*Statements must be motivated by reasoning and/or equations.*]
Poäng från inlämningsuppgifterna adderas till tentamensresultatet.
[*The points from the tasks will be added to the examination score.*]
Max Tot. poäng (tentamen + båda inl.uppg) = 5.0 + 0.5 +0.5 = 6.0
[*Max Tot. score (exam + 2 tasks) = 5.0 + 0.5 +0.5 = 6.0*]
Betygsgränser för kursen: 3 (≥3.0p), 4 (≥4.0p), 5 (≥5.0p).
[*Grading; 3 (≥3.0p), 4 (≥4.0p), 5 (≥5.0p).*]

1. Ett LTI-system är beskrivet av föjande tidsdiskreta impulssvar
[*An LTI-system is given by the following impuls response*]

$$h(n) \;=\; [\,\underset{\uparrow}{1} \quad -1 \quad -3 \quad 2 \quad -2\,],$$

a) Bestäm systemets differensekvation. (0.1p)
[*Determine the difference equation.*]

b) Bestäm systemfunktionen $H(z)$ och Fouriertransformen, $H(\omega)$. (0.1p)
[*Determine the system function $H(z)$ and the Fourier transform, $H(\omega)$.*]

c) Bestäm den linjära autokorrelationen, $r_{hh}(n)$. (0.1p)
[*Determine the linear auto correlation, $r_{hh}(n)$.*]

d) Bestäm den cirkulära autokorrelationen modulo 4,
$r_{hh}(n) = h(n) \circledast_4 h(-n)$. (0.1p)
[*Determine the circular auto correlation modulo 4.*]

e) Bestäm (den linjära) utsignalen om insignalen är given av, (0.1p)
[*Determine the (linear) output if the input is given by,*]

$$x(n) \;=\; [\,1 \quad \underset{\uparrow}{-1} \quad 1 \quad -1\,].$$

2. Signaler samplas, sampelomvandlas och rekonstrueras enligt deluppgifter nedan. Bestäm vilka signaler som erhålls.
[*Signals are sampled, decimated or interpolated, and reconstructed as given below. Determine the resulting signals.*]

   a) Signalen $\cos(2\pi 250t)$ samplas med $F_s = 1000$ Hz, nedsamplas (dvs decimeras) med en faktor 2, samt rekonstrueras idealt (med $F_s = 1000$ Hz). (0.2p)
   [*The signal* $\cos(2\pi 250t)$ *is sampled using* $F_s = 1000$ *Hz, downsampled (i.e. decimated) by the factor 2, and reconstructed ideally (using* $F_s = 1000$ *Hz).*]

   b) Signalen $\cos(2\pi 14100t)$ samplas med $F_s = 400$ Hz, uppsamplas (dvs interpoleras) med en faktor 3, samt rekonstrueras idealt med en ny samplefrekvens, $F_s = 500$ Hz. (0.3p)
   [*The signal* $\cos(2\pi 14100t)$ *is sampled using* $F_s = 400$ *Hz, up-sampled (i.e. interpolated) by the factor 3, and then reconstructed ideally using a new sample frequency ,* $F_s = 500$ *Hz.*]

3. I figur 1 illustreras ett system, där insignalen $x(t) = cos(2\pi 1000t + \pi/4) + cos(2\pi 6000t)$ för $-\infty \leq t \leq \infty$ och där A/D- och D/A-omvandlarna är ideala och arbetar med sampelfrekvensen $F_s = 8000$ Hz.
[*Figure 1 illustrates our system where the input signal is given by* $x(t) = cos(2\pi 1000t + \pi/4) + cos(2\pi 6000t)$ *för* $-\infty \leq t \leq \infty$ *and where the A/D- and D/A converters are assumed ideal operating with sample frequency* $F_s = 8000$ *Hz.*]

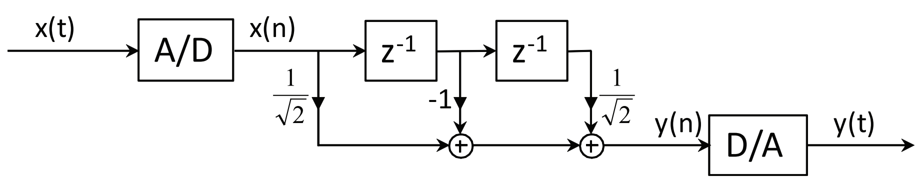

Figure 1: *Systemet i uppgift 3.*

   a) Bestäm det digitala systemets impulssvar $h(n)$, systemfunktion $H(z)$ och frekvenssvaret $H(\omega)$ samt skissa dess beloppsfunktion och fasfunktion för $-\pi \leq \omega \leq \pi$! (0.5p)
   [*Determine the impulse response* $h(n)$*, the system function* $H(z)$ *and the frequency response* $H(\omega)$ *and also sketch the amplitude and phase spectrum!*]

   b) Bestäm utsignalen $y(t)$! (0.5p)
   [*Determine the output signal* $y(t)$*!*]

4. Betrakta ett system som ges av följande systemfunktion $H(z)$;

$$H(z) = \frac{z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}{1 - \frac{3}{5}z^{-1} + \frac{2}{25}z^{-2}}$$

a) Bestäm impulssvaret $h(n)$ till $H(z)$ då systemet är i vila (zero-state). (0.4p)
[*Determine the impulse response* $h(n)$ *to* $H(z)$ *when the system is at rest (zero-state)!*]

b) Bestäm stegsvaret till $H(z)$ då systemet är i vila (zero-state), dvs bestäm utsignalen då insignalen är lika med steget ($x(n) = u(n)$). Beskriv speciellt delarna ur stegsvaret som hör till den transienta lösningen samt den stationära lösningen. (0.6p)
[*Determine the step response to $H(z)$ when the system is at rest (zero-state). Especially describe the part from the step response that belongs to the steady-state solution and the part that belongs to the transient solution!*]

5. En 3:e ordningens tidsdiskret FIR-krets är given på Lattice form, där lattice paramertrarna är givna av;
[*A 3:rd order FIR-system is given in a Lattice form, where the lattice parameters are given by;*]

$$k_i = [k_1,\ k_2,\ k_3] = \left[\frac{1}{2},\ -\frac{1}{3},\ 1\right]$$

a) Bestäm motsvarande differensekvation och impulssvar $h(n)$! (0.3)
[*Determine the corresponding difference equation and impulse response $h(n)$!*]

b) Bestäm poler och nollställen samt skissa amplitudfunktionen $|H(\omega)|$ och fasfunktionen $arg(H(\omega))$ inom intervallet $-\pi \leq \omega < \pi$! (0.3)
[*Determine the poles and zeros and sketch $|H(\omega)|$ and $arg(H(\omega))$ within $-\pi \leq \omega < \pi$!*]

c) Bestäm utsignalen $y(n)$ då insignalen är given av, (0.4)
[*Determine the output signal $y(n)$, when the input is given by!*]

$$x(n) = 5 + \cos(2\pi/4\, n - \pi/4) \qquad -\infty < n < \infty$$

6. Ett LTI-system som beskrivs av följande differensekvation,
[*An LTI-system described by the following difference equation,*]

$$y(n) - y(n-1) = 2x(n)$$

skall approximeras med ett FIR filter genom trunkering av ovanstående impulssvaret ("trunkering" betyder att man tar värden upp till en viss punkt ur det oändliga impulssvaret och ignorerar resterande värden). FIR-filtret skall ha ordningen 3 (dvs längd 4). Bestäm ett uttryck fär frekvensfunktionen till FIR-filtret samt skissa amplitudfunktionen i intervallet $0 \leq f \leq 1$, där f är normaliserad frekvens. Ange speciellt värdet av amplitudfunktionen fär $f = 0$, samt ange de eventuella frekvenser f där amplitudfunktionen antar värdet 0. (1.0p)
[*is to be approximated by an FIR-filter by truncating the above impulse response. The FIR-filter should be of third order (i.e. having the length 4). Determine an expression for the frequency function to the FIR-filter and sketch the amplitude function in the interval $0 \leq f \leq 1$, where f is normalized frequency. Specifically specify the value of the amplitude function at $f = 0$ and provide any frequencies for which the function is zero.*]

Lycka Till!