

Sammanfattning

Föreläsning 9 - Digitalteknik

I boken: avsnitt 6.1 (kap 5.1 i Hemert)

Tillståndsminimering

Syftet med föreläsningen är att förstå hur vi reducerar en tillståndsgraf så att vi får den minimala tillståndsgrafen, alltså en ekvivalent graf med så få tillstånd som möjligt.

Definition. Ekvivalenta grafer: *Två grafer sägs vara ekvivalenta om de beskriver samma beteende mellan insignaler och utsignaler i ett system (med samma insignalsekvens har de alltid samma utsignalsekvens).*

En *ekvivalens-relation* är en binär relation, $\equiv$, för en mängd $\mathcal{S}$ som uppfyller att den är reflexiv, $s \equiv s$, symmetrisk, $s_1 \equiv s_2 \Rightarrow s_2 \equiv s_1$ och transitiv, $s_1 \equiv s_2$ och $s_2 \equiv s_3 \Rightarrow s_1 \equiv s_3$ för alla $s, s_1, s_2, s_3 \in \mathcal{S}$. En ekvivalensrelation för $\mathcal{S}$ delar upp $\mathcal{S}$ i delmängder, kallade *ekvivalensklasser*.

Definition. *Två tillstånd s_1 and s_2 är ekvivalenta,*

$$s_1 \equiv s_2$$

om vi för alla insignalsekvenser får samma utsignalsekvens, oberoende om vi börjar i s_1 eller s_2 .

Tillståndsekvivalens är en ekvivalensrelation, och ekvivalensklasserna svarar mot de icke-ekvivalenta tillstånden.

Om det inte finns ekvivalenta tillstånd i en tillståndsmaskin, så säger vi att maskinen är i *reducerad form*.

RF-algoritmen: För att hitta den reducerade formen gör vi följande:

Steg 1 Bilda P_1 genom att gruppera tillstånd med samma utsignalfunktion. Dessa grupper (delmängder av $\mathcal{S}$) bildar blocken $P_1 = \{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_k\}$.

Steg ℓ Låt

$$P_{\ell-1} = \{\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_m\}$$

Bilda

$$P_\ell = \{\tilde{\mathcal{B}}_1, \dots, \tilde{\mathcal{B}}_n\}$$

genom att gruppera tillstånden i respektive block $\mathcal{B}_j$ efter deras nästa tillståndsfunktion. Varje block $\mathcal{B}_j$ är då antingen intakt eller delas i flera nya mindre block.

Om $P_\ell = P_{\ell-1}$ så

$$\mathcal{S}_{\text{red}} = P_\ell$$

STOP

Annars

GÅ TILL Steg $\ell + 1$.

Definition (6.3). *Om det finns en väg från tillstånd s_0 till tillstånd s , så sägs s vara nåbar från s_0 .*

En tillståndsgraf med starttillstånd s_0 är nåbar om alla tillstånd är nåbara från s_0 .

En graf med starttillstånd s_0 kan realiseras med enbart den nåbara (från s_0) delen av grafen. Då får vi

Definition (6.5). *En minimal graf är en reducerad form av den nåbara grafen.*

För att hitta den minimala formen:

- Ta bort alla tillstånd från $\mathcal{S}$ som inte går att nå från starttillståndet s_0 .
- Använd *RF-algoritmen* för att hitta den reducerade formen av denna nåbara graf.