<u>Sammanfattning:</u> Allmän Linjär Differensekvation <u>UTAN</u> begynnelsevärden

$$y(n) + \sum_{k=1}^{N} a_k \; y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

y(-1)=y(-2)=, …=y(-N)=0 (dvs alla begynnelsevärden lika med noll)

Z-transform:

$$Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \ldots + a_N z^{-N} Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + \ldots + b_M z^{-M} X(z)$$

$$Y(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_N z^{-N}} X(z) = H(z)\, X(z)$$

Utsignalens transform är alltså produkten

$Y(z) = H(z)\, X(z)$ **med**

$$X(z) = \frac{N(z)}{Q(z)}$$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_N z^{-N}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Genom partialbråksuppdelning kan vi skriva

$$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{B(z)}{A(z)}\frac{N(z)}{Q(z)} = \underbrace{\frac{B_1(z)}{A(z)}}_{\text{Transient}} + \underbrace{\frac{N_1(z)}{Q(z)}}_{\text{Stationär}}$$

- **Transient lösning (eller sk. natural response) ges av invers Z-transform av** $\frac{B_1(z)}{A(z)}$
- **Den stationära lösningen ges av (steady-state response, or forced response) ges av invers Z-transform av** $\frac{N_1(z)}{Q(z)}$

Allmän Linjär Differensekvation
<u>MED</u> begynnelsevärden

(antag kausal insignal dvs $X(z)=X^{+}(z)$ **)**

$$y(n)+\sum_{k=1}^{N} a_k\; y(n-k)=\sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

y(-1), y(-2), …. y(-N) har värden skilda från noll

$Y^{+}(z)$ **transform ger (anv. den enkelsidiga Z-transformen)**

$$Y^{+}(z)+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}\left[Y^{+}(z)+\sum_{k=1}^{k} y(-n)z^{n}\right]=\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} X^{+}(z)$$

$$Y^{+}(z)=\frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} X(z)-\frac{\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}\sum_{k=1}^{k} y(-n)z^{n}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}=$$

$$=H(z)X(z)+\frac{N_0(z)}{A(z)}=\underbrace{\underbrace{\frac{B_1(z)}{A(z)}}_{\text{Transient}}+\underbrace{\frac{N_1(z)}{Q(z)}}_{\text{Stationär}}}_{\text{Zero State}}+\underbrace{\underbrace{\frac{N_0(z)}{A(z)}}_{\text{Zero Input}}}_{\text{Transient}}$$

där

$$X(z)=\frac{N(z)}{Q(z)}\quad H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}$$

,

- **Transient lösning (eller sk. natural response) ges av invers Z-transform av** $\frac{B_1(z)}{A(z)}$
- **Den stationära lösningen ges av (steady-state response, or forced response) ges av invers Z-transform av** $\frac{N_1(z)}{Q(z)}$
- **Zero input lösningen ges av begynnelsevärdesvillkoren dvs som invers Z-transform av** $\frac{N_0(z)}{A(z)}$
- **Zero-State lösningen ges av responsen för systemet i vila dvs utan begynnelsevärdesvillkor, av invers Z-transform av** $\frac{B_1(z)}{A(z)} + \frac{N_1(z)}{Q(z)}$