

LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA  
Institutionen för Elektro- och Informationsteknik

SIGNALBEHANDLING I MULTIMEDIA, EITA50, LP4, 2020  
Inlämningsuppgift 2 av 2, [Assignment 2 out of 2](#)

Inlämningstid: Lämnas in senast kl 18.00 onsdagen den 20 maj 2020 via Canvas

*To be handed in before May 20, 18:00, via Canvas*

Observera: För att underlätta rättningen: *In order to simplify the correction:*

Skriv lösningarna på engelska. *Write the solutions in English.*

Lös endast en uppgift per blad. *Solve only one problem per paper.*

Skriv namn och personnummer på samtliga blad.

*Write your name and personal ID number on every paper.*

Påståenden ska motiveras via resonemang och/eller ekvationer.

*Statements should be motivated by reasoning and/or equations.*

Poäng från inlämningsuppgifterna adderas till tentamensresultatet.

*The points from the assignments will be added to the examination score.*

Max total poäng (tenta + 2 inlämningar) = 5.0 + 0.5 + 0.5 = 6.0

*Max total score (exam + 2 assignments) = 5.0 + 0.5 + 0.5 = 6.0*

Betygsgränser för kursen: 3 ( $\geq 3.0p$ ), 4 ( $\geq 4.0p$ ), 5 ( $\geq 5.0p$ ).

*Grading: 3 ( $\geq 3.0p$ ), 4 ( $\geq 4.0p$ ), 5 ( $\geq 5.0p$ ).*

1. En rotor till en helikopter har fyra blad och snurrar med varvtalet 3 000 varv/minut, motsols, (obs, varv/**minut**). Rotorn filmas med en digital kamera som tar 40 bilder/sekund. Vilken rotationshastighet (i varv/minut) kommer rotorn att se ut att ha, när man ser på den inspelade sekvensen? Vilken rotationsriktning kommer att uppfattas, medsols eller motsols? Hur ser det ut om rotorn går något snabbare, med 3 001 varv/minut? (0.1p)

*A rotor on a helicopter has four blades and rotates with 3 000 revolutions/minute, counter clockwise, (note, revolutions/**minute**). The rotor is filmed with a digital camera that takes 40 pictures/second. What will the perceived rotation speed be when watching the recorded film sequence? What will be the resulting direction of rotation? How does it look if the rotor goes slightly faster, with 3 001 revolutions/minute?*

2. Följande tids-diskreta signaler är givna:

*The following discrete-time signals are given:*

$$x_1(n) = [1 \quad -2 \quad -3 \quad 1], \quad x_2(n) = [1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \quad 2]$$

Bestäm följande: (3 av 4 rätt svar ger full poäng)

*Determine the following: (3 out of 4 correct answers gives full points)*

- a) Den linjära faltningen av sekvenserna, det vill säga,  $y(n) = x_1(n) * x_2(n)$ .  
*The linear convolution of the sequences, that is,  $y(n) = x_1(n) * x_2(n)$ .*
- b) Den cirkulära faltningen modulo 4, det vill säga,  $y(n) = x_1(n) \otimes_4 x_2(n)$ .  
*The circular convolution modulo 4, that is,  $y(n) = x_1(n) \otimes_4 x_2(n)$ .*
- c) Den linjära korrelationen av sekvenserna, det vill säga,  $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) * x_2(-n)$ .  
*The linear correlation of the sequences, that is,  $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) * x_2(-n)$ .*
- d) Den cirkulära korrelationen av sekvenserna modulo 5, det vill säga,  
 $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) \otimes_5 x_2(-n)$ .  
*The circular modulo 5 correlation of the sequences, that is,  $r_{x_1x_2}(n) = x_1(n) \otimes_5 x_2(-n)$ .*

(0.2p)

Ordningen mellan operationerna är att förlänga/trunkera först och sedan spegla en sekvens.  
*The order between operations is to first pad/truncate and then mirror a sequence.*

3. Signaler samplas, sampelomvandlas och rekonstrueras idealt enligt deluppgifter nedan. Bestäm vilka signaler som erhålls.  
*Signals are sampled, down sampled or up sampled and reconstructed ideally according to the items below. Determine what the resulting signal will be.*

- a) Signalen  $\cos(2\pi 450t)$  samplas med  $F_s = 1000$  Hz, nedsamplas med en faktor 3 (det vill säga, decimeras genom att bara vart tredje sampel behålls), samt rekonstrueras idealt (med  $F_s = 1000$  Hz). (0.1p)  
*The signal  $\cos(2\pi 450t)$  is sampled using  $F_s = 1000$  Hz, and then down sampled by a factor 3 (that is, only every third sample value is kept). The resulting signal is then ideally reconstructed (using  $F_s = 1000$  Hz).*

- b) Signalen  $\cos(2\pi 1680t)$  samplas med  $F_s = 600$  Hz, uppsamplas med en faktor 3 (det vill säga, interpoleras genom att två nollor läggs till mellan varje sampelvärde), samt rekonstrueras idealt med en ny sampelfrekvens,  $F_s = 500$  Hz. (0.1p)  
*The signal  $\cos(2\pi 1680t)$  is sampled with  $F_s = 600$  Hz, up-sampled (that is, after every sample value two zeroes are inserted), and then ideally reconstructed with a new sample rate,  $F_s = 500$  Hz*

*Lycka till! Good Luck!*

# Lösningar

Lösning 1 Rotorn snurrar med 3 000 varv/minut motsols, vilket ger  $3000/60 = 50$  varv/sekund, det vill säga +50 Hz. Samplingsfrekvensen är  $F_s = 40$  Hz vilket ger den normerade frekvensen  $f_0 = 50/40 = 5/4$ . Det betyder att varje blad kommer att förflytta sig  $5/4$  varv motsols mellan varje sampel. Om ett blad befinner sig i viss position i ett visst sampel kommer det att förflytta sig  $+5/4$  varv motsols. Eftersom alla blad alltid kommer att hamna på jämna fjärdedelar av ett varv kommer vi att uppfatta en stillastående rotor med normerad frekvens  $f_0 = 0$ . Om rotorn går lite snabbare, kommer det att se ut som om den rör sig mycket sakta framlänges, alltså moturs.

*The rotor rotates with 3 000 rotations/minute, which gives  $3000/60 = 50$  full rotations/second, that is, +50 Hz. The sampling frequency is  $F_s = 40$  Hz, which gives the normalized frequency  $f_0 = 50/40 = 5/4$ . This means that each blade will move  $5/4$  rotations counter clockwise between each sample. If a blade is in a certain position, it will move  $+5/4$  rotations counter clockwise. Since all blades will end up at even quarters of a full rotation, we will see a rotor that seems to stand still, with a normalized frequency of  $f_0 = 0$ . If the rotor goes a bit faster, it will seem that it is rotating very slowly forwards, that is, anti-clockwise.*

Ovanstående motsvaras av följande formler som ger motsvarande frekvens inom det fundamentala frekvensområdet.

*The above corresponds to the following formulas, which gives the corresponding frequency inside the fundamental frequency interval.*

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{50}{40} \pm \frac{1}{4}k && k \text{ heltal/integer} \\ &= \frac{5}{4} \pm \frac{1}{4}k && k \text{ heltal/integer} \\ &= 0 \pm \frac{1}{4}k' && k' \text{ heltal/integer} \end{aligned} \tag{1}$$

Lösning 2 a)

$$y(n) = [1 \quad -1 \quad -3 \quad -3 \quad -10 \quad -7 \quad -4 \quad -5 \quad 2]$$

↑

- b) Skapa två sekvenser av längd 4, genom att förlänga med nollor eller trunkera, samt cirkulärskifta så att index noll kommer i första element:

*Create two sequences of length 4, by zero padding or truncation, and circular shifts so that the index zero is the first element:*

$$\begin{aligned} x_1(n) &= [1 \quad -2 \quad -3 \quad 1] \\ &= [-2 \quad -3 \quad 1 \quad 1] \\ x_2(n) &= [1 \quad 1 \quad 2 \quad 3] \\ &=> \end{aligned}$$

↑

$$y(n) = x_1(n) \otimes_4 x_2(n) = [-8 \quad 0 \quad 3 \quad -10]$$

↑

- c) Spegelvänd sekvens 2 kring index noll, och utför en vanlig linjär faltning:

*Mirror sequence 2 around zero, and perform an standard, linear convolution:*

$$r_{x_1x_2}(n) = [2 \quad -3 \quad -5 \quad -5 \quad -11 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad 1]$$

↑

- d) På samma sätt som i uppgift 1b där vi dessutom speglar sekvens två i nollan:

*Same as task 1b, but we also mirror sequence 2 in zero:*

$$\begin{aligned} x_1(n) &= [1 \quad -2 \quad -3 \quad 1 \quad 0] \\ &= [-2 \quad -3 \quad 1 \quad 0 \quad 1] \\ x_2(n) &= [1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 1] \\ x_2(-n) &= [1 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 1] \\ &=> \end{aligned}$$

↑

$$y(n) = x_1(n) \otimes_5 x_2(-n) = [-1 \quad -6 \quad -11 \quad -4 \quad -2]$$

↑

Lösning 3a Den verkliga frekvensen är  $F_0 = \pm 450$  Hz före sampling och den normerade frekvensen är  $f_0 = \pm \frac{9}{20} \pm k$  efter sampling. Decimering med en faktor 3 ger en ny normerad frekvens  $f_0 = \pm \frac{27}{20} \pm k = \pm \frac{7}{20} \pm k$  och efter ideal rekonstruktion blir den verkliga frekvensen  $F_0^{ut} = \pm \frac{7}{20} \cdot 1000 = 350$  Hz. Utsignalen ges alltså av  $y(t) = \cos(2\pi 350t)$ .

*The real frequency is  $F_0 = \pm 450$  Hz before sampling, and the normalized frequency is  $f_0 = \pm \frac{9}{20} \pm k$  after sampling. Decimation with a factor of 3 gives a new normalized frequency of  $f_0 = \pm \frac{27}{20} \pm k = \pm \frac{7}{20} \pm k$ , and after ideal reconstruction, the real frequency becomes  $F_0^{ut} = \pm \frac{7}{20} \cdot 1000 = 350$  Hz. The output signal is  $y(t) = \cos(2\pi 350t)$ .*

Lösning 3b. Den verkliga frekvensen är  $F_0 = \pm 1680$  Hz före sampling och den normerade frekvensen är  $f_0 = \pm \frac{1}{5} \pm k$  efter sampling. Efter interpolering blir de normerade frekvenserna:

*The real frequency is  $F_0 = \pm 1680$  Hz before sampling, and the normalized frequency is  $f_0 = \pm \frac{1}{5} \pm k$  after sampling. After interpolation, the normalized frequencies are:*

$$f_i = \frac{\pm \frac{1}{5} \pm k}{3} = \pm \frac{1}{15}, \pm \frac{4}{15}, \pm \frac{2}{5}$$

då alla dessa komponenter hamnar innanför det fundamentala frekvensområdet. Detta motsvarar de verkliga frekvenserna (efter en ideal rekonstruktion med  $F_s = 500$ ):

*as all these components lie inside the fundamental frequency interval. This corresponds to the real frequencies (after an ideal reconstruction with  $F_s = 500$ ):*

$$F_0 = \pm 33 \frac{1}{3} \text{ Hz}, F_1 = \pm 133 \frac{1}{3} \text{ Hz}, F_2 = \pm 200 \text{ Hz},$$

Utsignalen blir alltså  $y(t) = \cos(2\pi \frac{100}{3}t) + \cos(2\pi \frac{400}{3}t) + \cos(2\pi 200t)$ .

*Thus the output signal is  $y(t) = \cos(2\pi \frac{100}{3}t) + \cos(2\pi \frac{400}{3}t) + \cos(2\pi 200t)$ .*