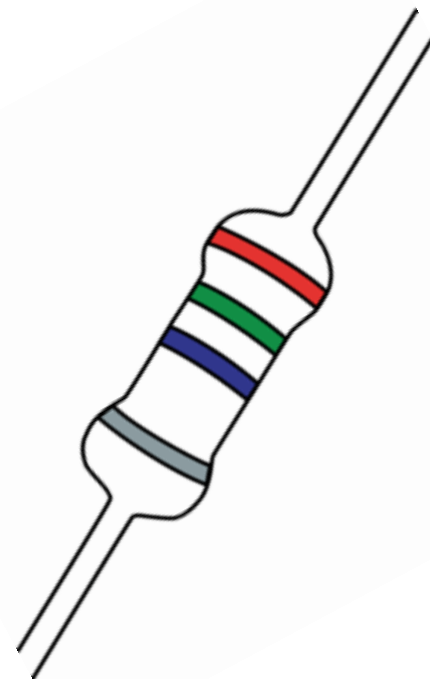


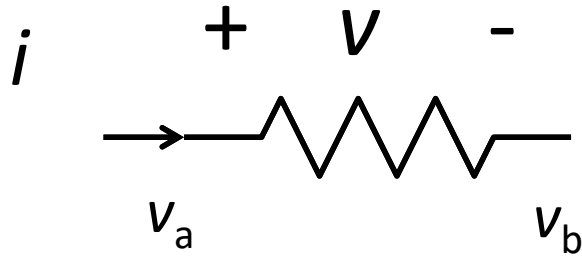
## Föreläsning 3

## Nodanalys

Hambley:  
78-82, 89-95



# Förra veckan



Ohms lag

$$v = iR$$

$$v = v_a - v_b = v_{ab}$$

*Spänning - Potential*

$$R = \sum_{k=1}^N R_k$$

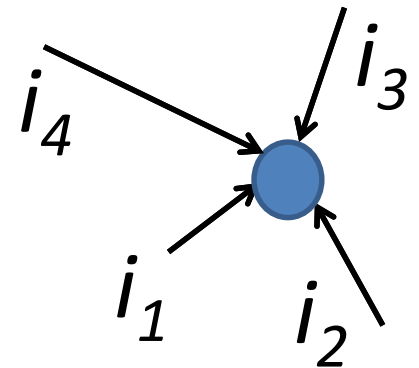
Seriekoppling

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

Parallellkoppling

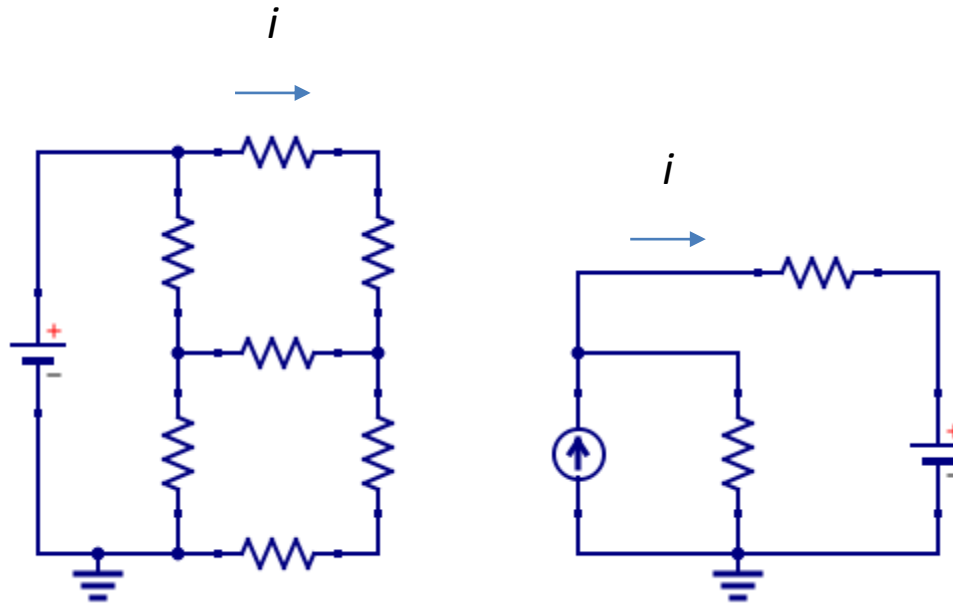
$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

KCL:



# Nodanalys – när serie/parallell inte räcker till...

---



# Dagens föreläsning - nodanalys

---

- ***Systematisk metod med tre steg***
  - ***Kan analysera alla kretsar!***
    - ***Ganska enkelt!***
- ***Referensriktningar på strömmar är viktiga***
  - ***Tecken på spänningar är viktiga***

# Nodanalys

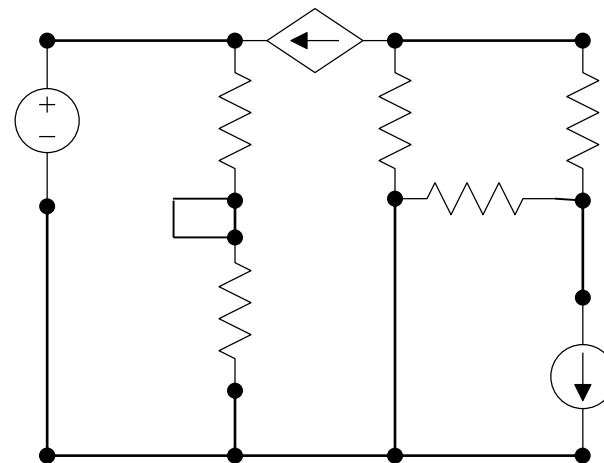
---

- Nodanalys – universallösningsmetod
- Väsentlig nod – nod med minst tre grenar

# Nodanalys

Hur många **väsentliga** noder har kretsen?

- A) 1
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 15
- F)???



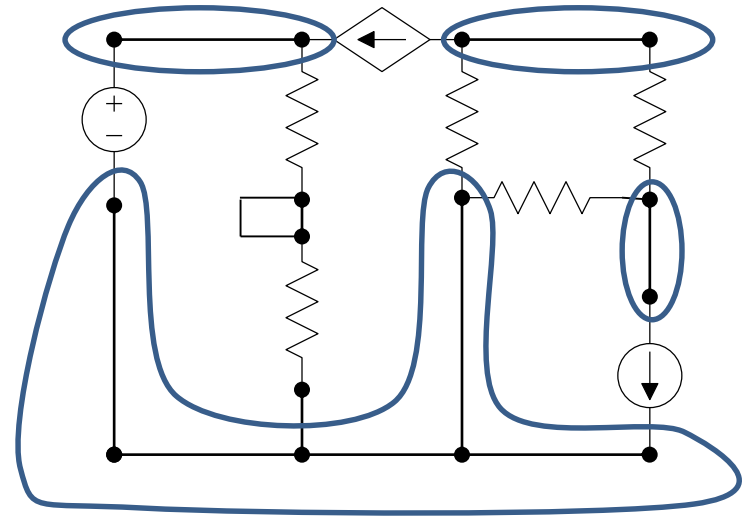
<http://nano.participoll.com>



# Nodanalys

Hur många väsentliga noder har kretsen?

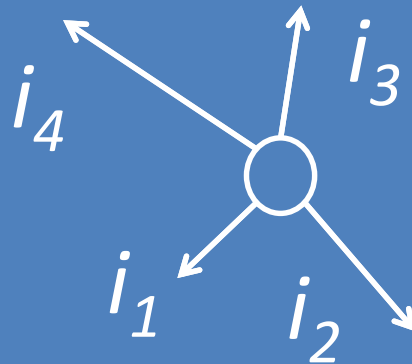
4



# Nodanalys

- Nodekvation – nod beskrivning m.h.a. Kirchhoffs strömlag

KCL:

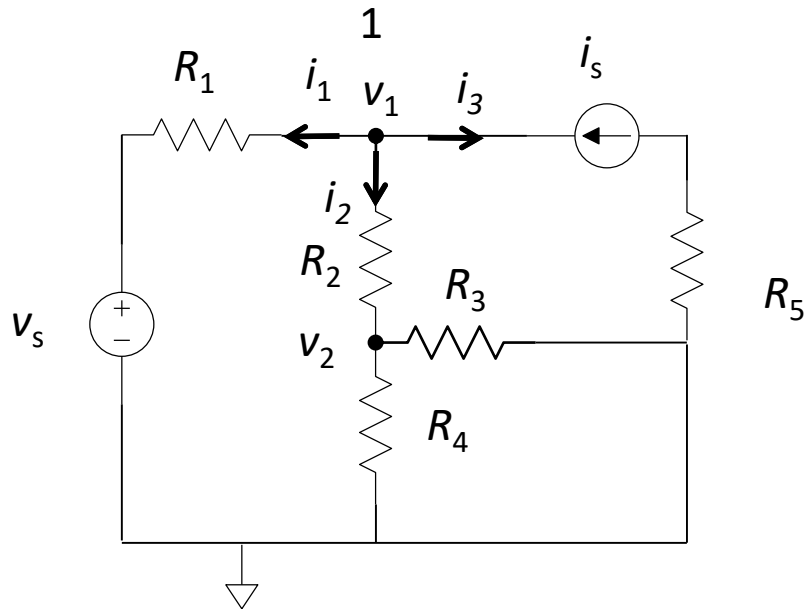


$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$



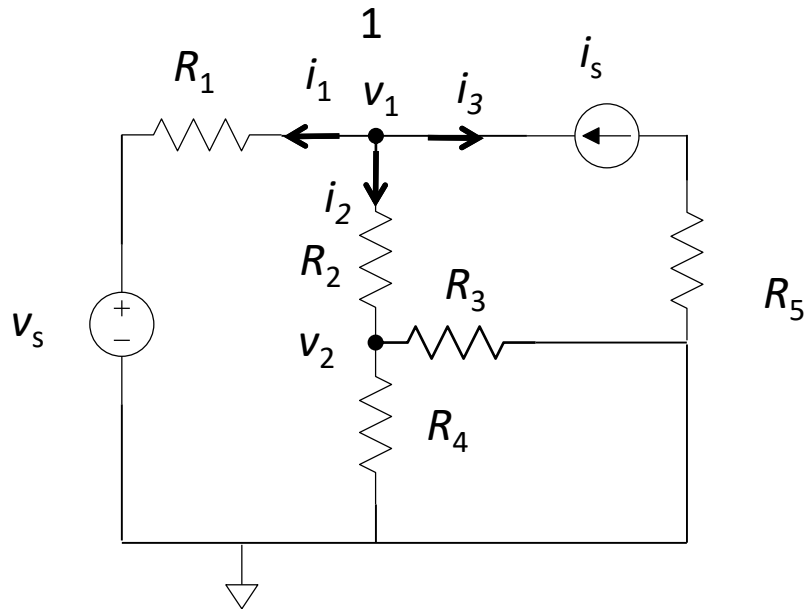
## 2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



## 2 minuters övning:

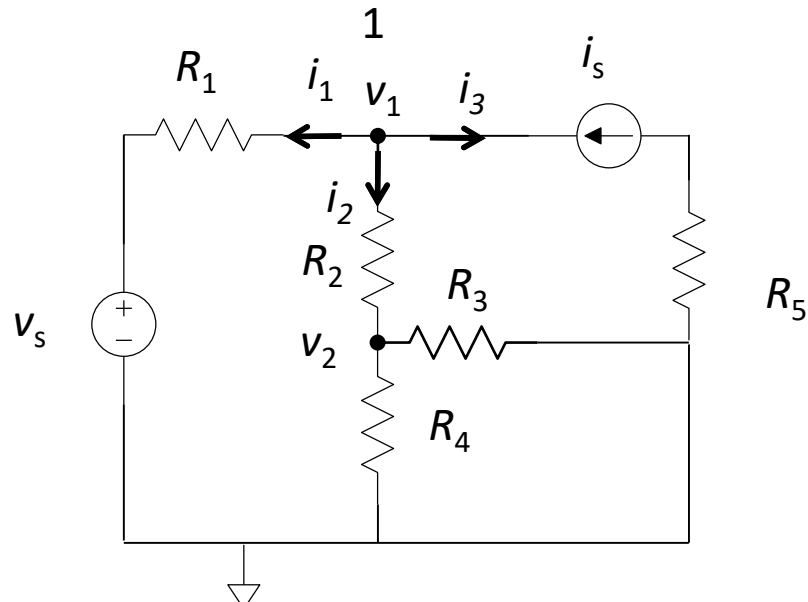
Skriv upp nodekvationen för nod 1



$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

## 2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1

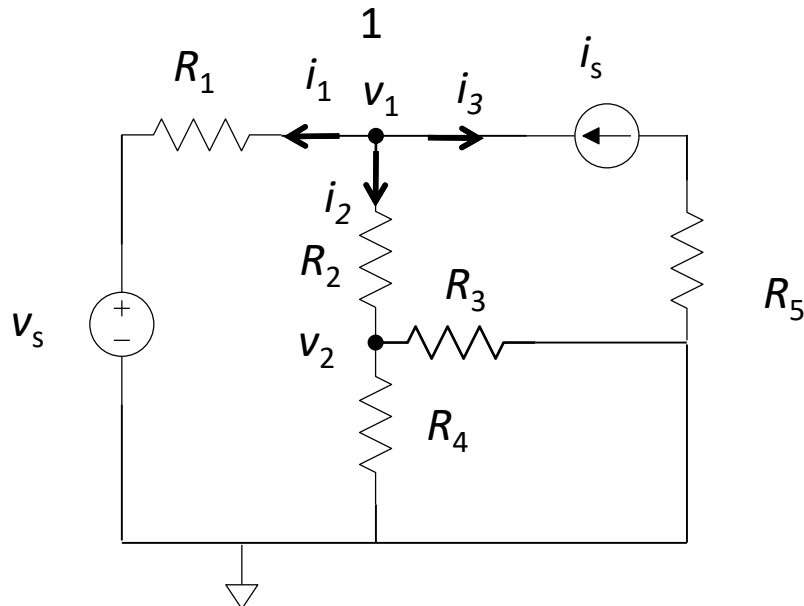


$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

## 2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



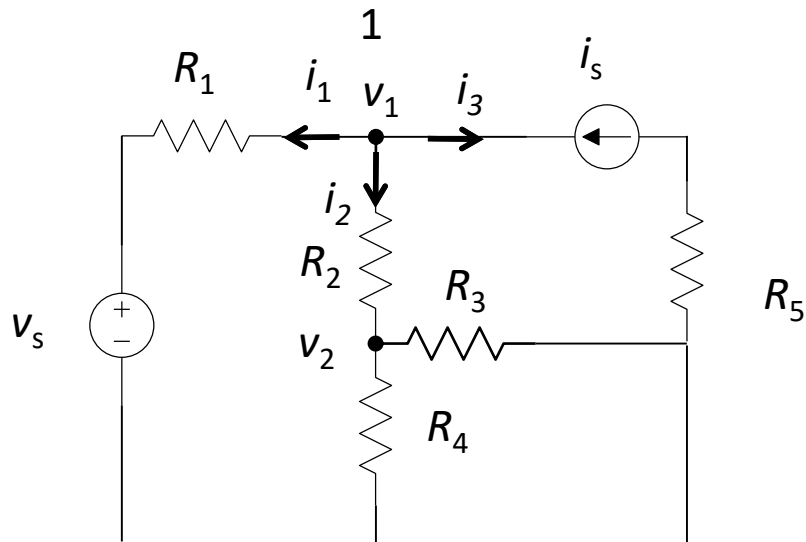
$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = -i_s$$

## 2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

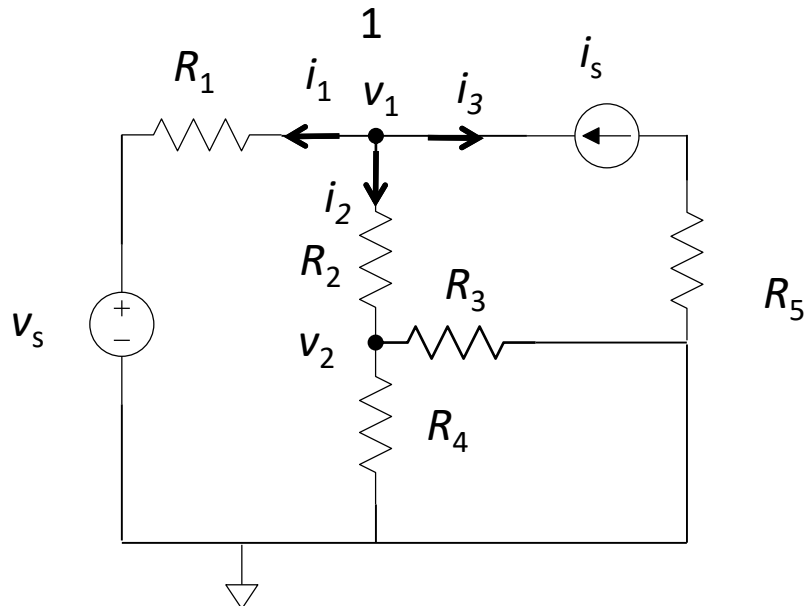
$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = -i_s$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

## 2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = -i_s$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\frac{v_1 - v_s}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} - i_s = 0$$

# Nodanalys

---

- Nodanalys – Lösningsschema med exempel
- Nodanalysens ekvationssystem

# Ekvationer på matrisform

---

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{2R_4}\right) & -\frac{1}{2R_4} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{2R_4} & \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{2R_4}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i_s \\ v_s/R_i \end{pmatrix}$$

$$AV = C$$

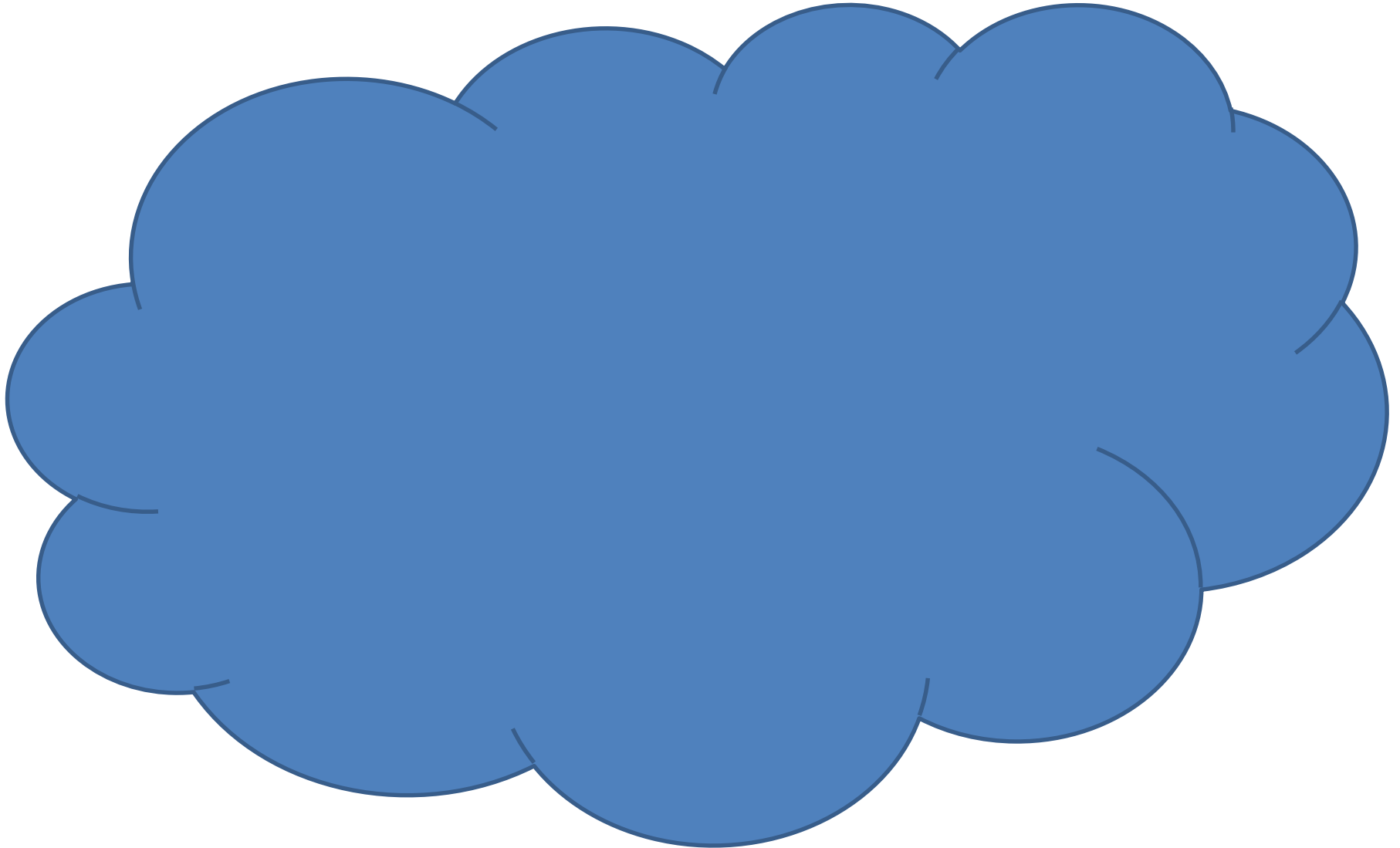
$$V = A^{-1}C$$

Detta gör en dator enkelt!



# Paus

---



# Lösning av 2×2 ekvationssystem

$$\underline{5v_1 + 4v_2} = 0 \quad (1)$$

Hur beräknar vi exempelvis  $v_2$ ?

$$2v_1 + 2v_2 = 3 \quad (2)$$

$$v_1 + \frac{2}{2}v_2 = \frac{3}{2} \quad (2)$$

Multiplitera ekvation 2 med 1/2

$$\underline{-5v_1 - 5v_2} = -\frac{15}{2} \quad (2)$$

Multiplitera ekvation 2 med -5

$$\cancel{5v_1} - \cancel{5v_1} + \overbrace{4v_2 - 5v_2}^{-v_2} = 0 - \frac{15}{2} \quad \text{Summera ekvation 1 \& 2} \quad \text{Eliminerar } v_1!$$

$$v_2 = \frac{15}{2} \quad \text{Beräkna } v_2!$$

$v_1$  fås sedan ur exempelvis (1).

# Formell lösning av 2x2 ekvationssystem

---

$$a_1 v_1 + b_1 v_2 = c_1 \quad (1)$$

Hur beräknar vi exempelvis  $v_2$ ?

$$a_2 v_1 + b_2 v_2 = c_2 \quad (2)$$

$$v_1 + \frac{b_2}{a_2} v_2 = \frac{c_2}{a_2}$$

Multiplitera ekvation 2 med  $1/a_2$

$$-a_1 v_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} v_2 = -\frac{a_1 c_2}{a_2}$$

Multiplitera ekvation 2 med  $-a_1$

$$\left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2}\right) v_2 = c_1 - \frac{a_1 c_2}{a_2}$$

Summera ekvation 1 & 2

$$v_2 = \left(c_1 - \frac{a_1 c_2}{a_2}\right) / \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2}\right)$$

Dividera!

2x2 är ungefär så komplicerat  
det kan blir för att vara lönt att  
försöka få analytiska uttryck..

# Nodanalys

---

- Flytta element i gren m.h.a. KVL
- Krets med styrd källa
- Specialfall 1: "Jordkällsnod"
- Specialfall 2: Supernod

# Lösningsschema Nodanalys – linjära kretsar

---

1. Identifiera samtliga väsentliga noder
2. Välj en referensnod och inför numrerade nodpotentialer
3. Använd KCL på alla noder utom referensnoden. Erhåll uttryck för strömmar m.h.a. Ohms lag
4. Lös det resulterande ekvationssystemet

# Sammanfattning

---

- Nodanalys – 3 enkla steg
- Val av referensnod
- Spänningskällor mellan essentiella noder: ***Supernod***

Vi kan nu analysera alla (linjära) kretsar!