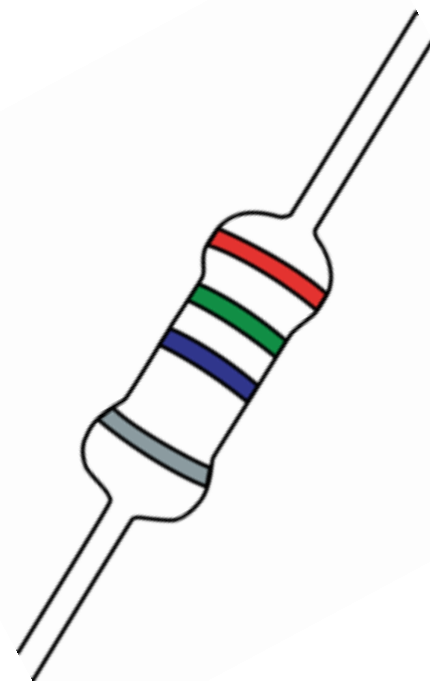


Föreläsning 3

Nodanalys

Hambley:
78-82, 89-95



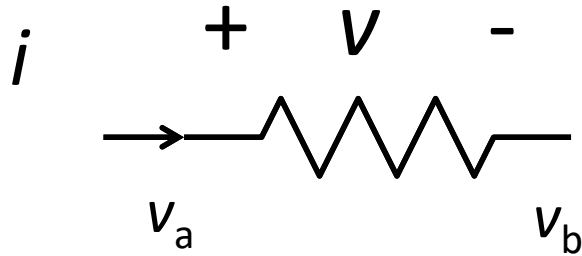
Lab 1

Laboration 1.1 – denna veckan: Övningstillfällen!

Nästa vecka – praktiskt individuellt prov.

Se till att ha gjort uppgifterna i labhäftet innan labben!

Förra veckan



Ohms lag

$$v = iR$$

$$v = v_a - v_b = v_{ab}$$

Spänning - Potential

$$R = \sum_{k=1}^N R_k$$

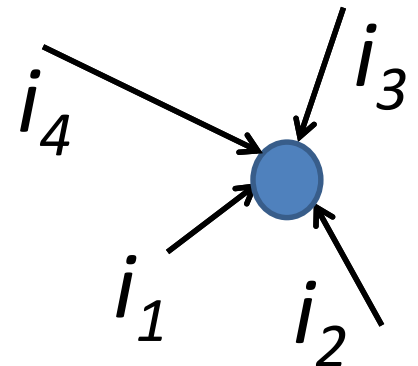
Seriekoppling

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

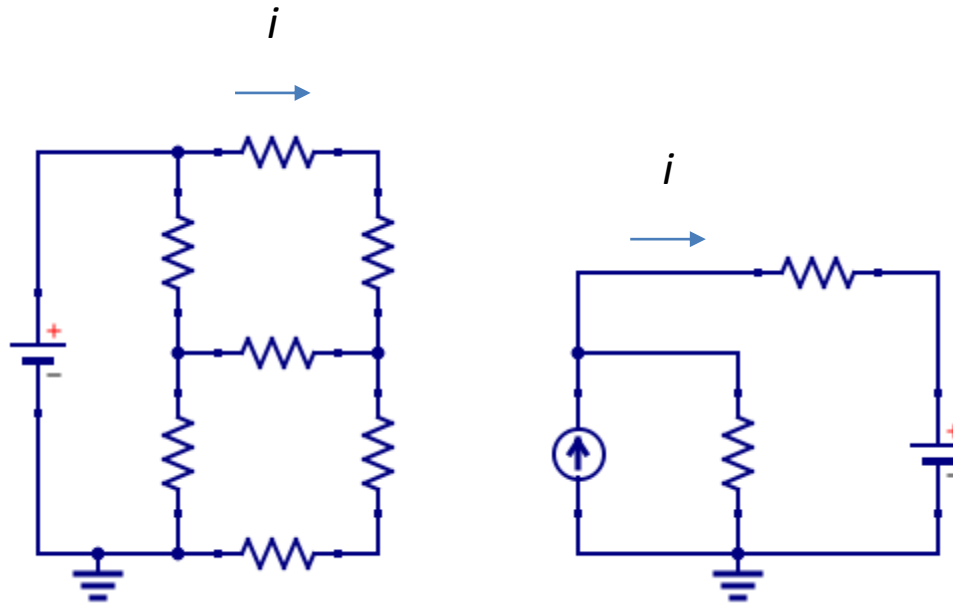
Parallellkoppling

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

KCL:



Nodanalys – när serie/parallell inte räcker till...



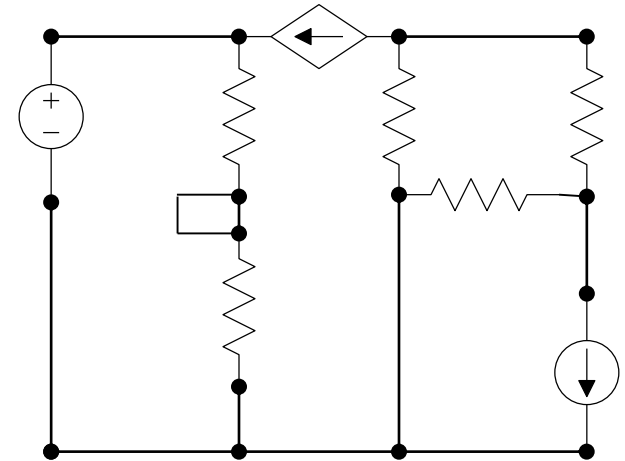
Dagens föreläsning - nodanalys

- ***Systematisk metod med tre steg***
 - ***Kan analysera alla kretsar***
 - ***Ganska enkelt!***
- ***Referensriktningar på strömmar är viktiga***
 - ***Tecken på spänningar är viktiga***

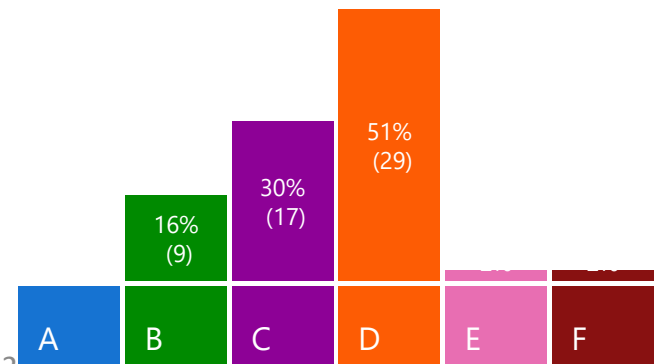
Nodanalys

Hur många **väsentliga** noder har kretsen?

- A) 1
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 15
- F)???



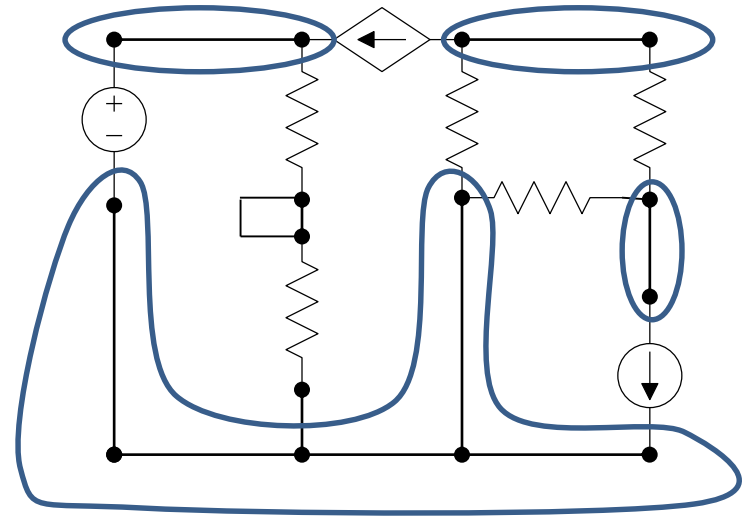
<http://nano.participoll.com>



Nodanalys

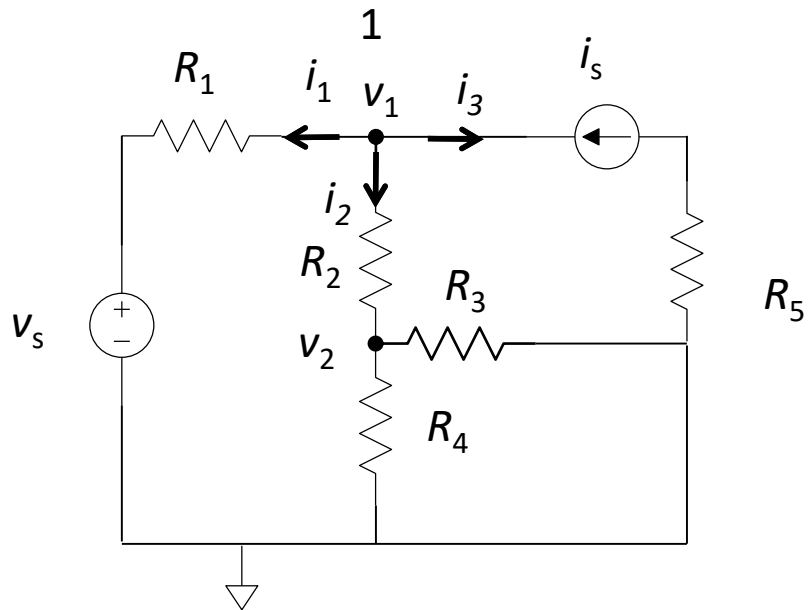
Hur många väsentliga noder har kretsen?

4



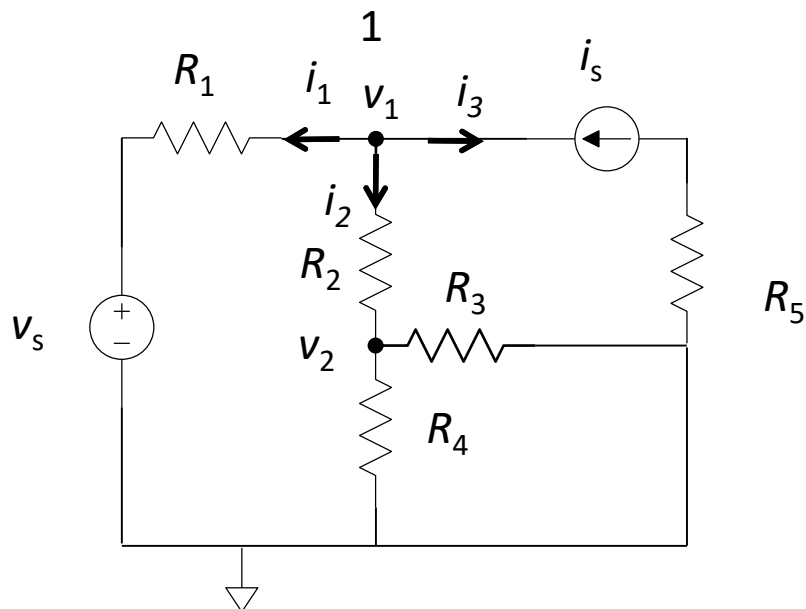
2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



2 minuters övning:

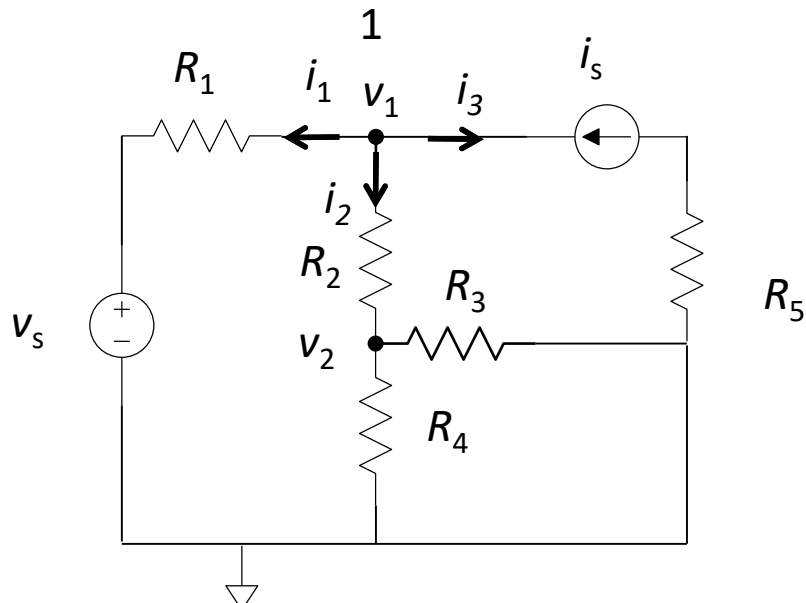
Skriv upp nodekvationen för nod 1



$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1

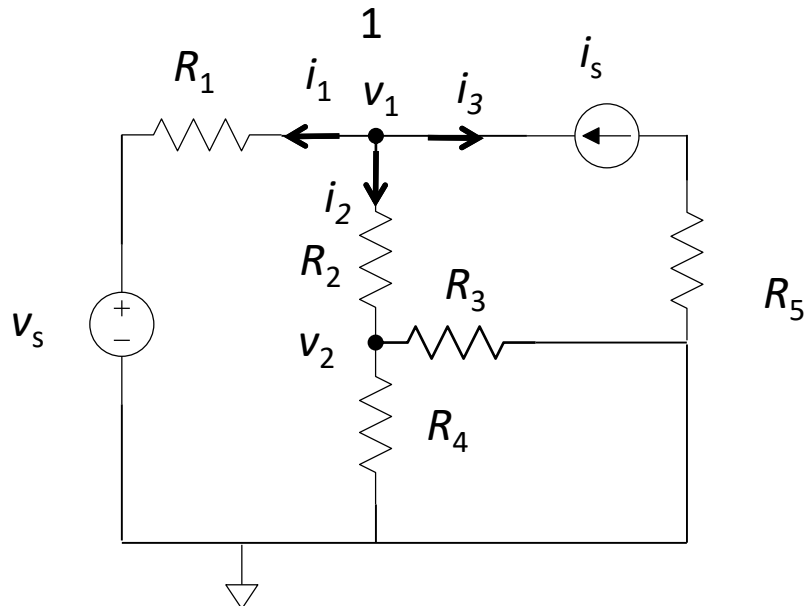


$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



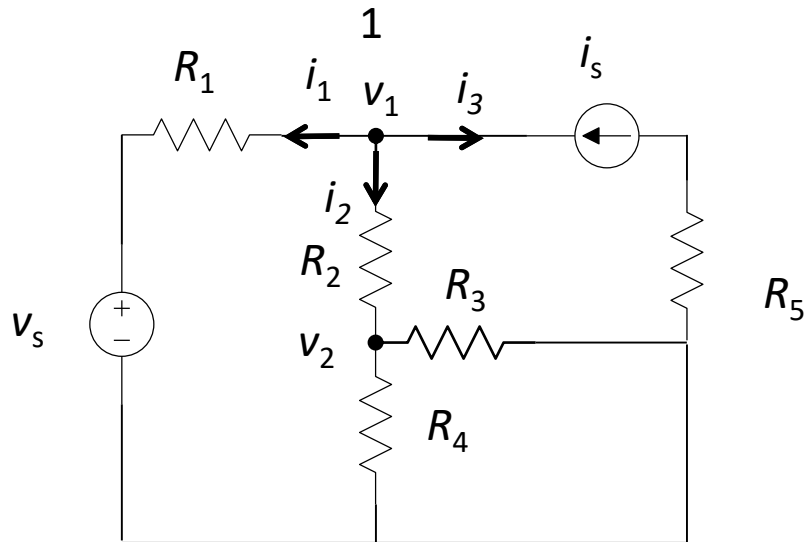
$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = -i_s$$

2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

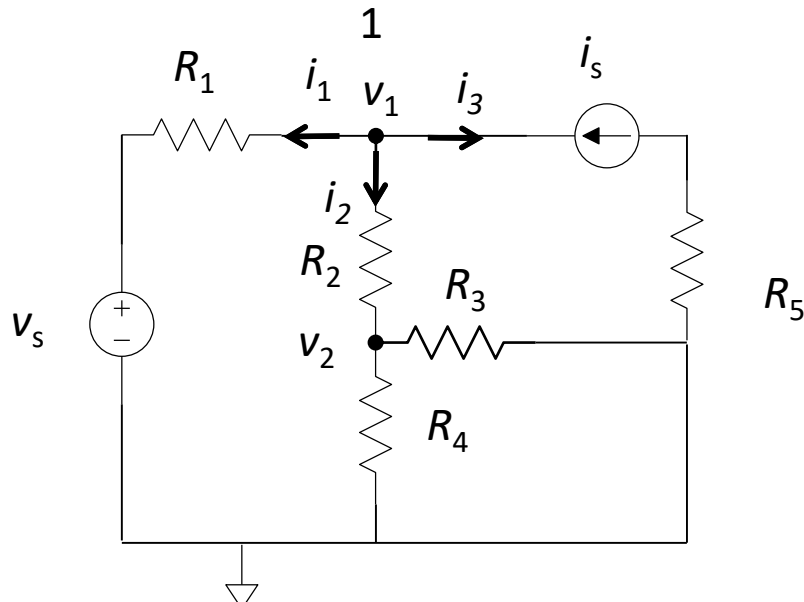
$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = -i_s$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

2 minuters övning:

Skriv upp nodekvationen för nod 1



$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$i_3 = -i_s$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\frac{v_1 - v_s}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} - i_s = 0$$

Ekvationer på matrisform

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{2R_4}\right) & -\frac{1}{2R_4} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{2R_4} & \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{2R_4}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i_s \\ v_s/R_i \end{pmatrix}$$

$$AV = C$$

$$V = A^{-1}C$$

Detta gör en dator enkelt!

Lösning av 2×2 ekvationssystem

$$\underline{5v_1 + 4v_2} = 0 \quad (1)$$

Hur beräknar vi exempelvis v_2 ?

$$2v_1 + 2v_2 = 3 \quad (2)$$

$$v_1 + \frac{2}{2}v_2 = \frac{3}{2} \quad (2)$$

Multiplitera ekvation 2 med 1/2

$$\underline{-5v_1 - 5v_2} = -\frac{15}{2} \quad (2)$$

Multiplitera ekvation 2 med -5

$$\cancel{5v_1 - 5v_1} + \overbrace{4v_2 - 5v_2}^{-v_2} = 0 - \frac{15}{2} \quad \text{Summera ekvation 1 \& 2} \quad \text{Eliminerar } v_1!$$

$$v_2 = \frac{15}{2} \quad \text{Beräkna } v_2!$$

v_1 fås sedan ur exempelvis (1).

Formell lösning av 2x2 ekvationssystem

$$a_1 v_1 + b_1 v_2 = c_1 \quad (1)$$

Hur beräknar vi exempelvis v_2 ?

$$a_2 v_1 + b_2 v_2 = c_2 \quad (2)$$

$$v_1 + \frac{b_2}{a_2} v_2 = \frac{c_2}{a_2}$$

Multiplitera ekvation 2 med $1/a_2$

$$-a_1 v_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} v_2 = -\frac{a_1 c_2}{a_2}$$

Multiplitera ekvation 2 med $-a_1$

$$\left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2}\right) v_2 = c_1 - \frac{a_1 c_2}{a_2}$$

Summera ekvation 1 & 2

$$v_2 = \left(c_1 - \frac{a_1 c_2}{a_2}\right) / \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2}\right)$$

Dividera!

2x2 är ungefär så komplicerat
det kan blir för att vara lönt att
försöka få analytiska uttryck..

Schema Nodanalys – linjära kretsar

1. Välj en referensnod
2. Inför numrerade nodpotentialer
3. Använd KCL på alla noder utom referensnoden. Erhåll uttryck för strömmar med ohms lag.
4. Lös det resulterande ekvationssystemet.

Sammanfattning

- Nodanalys – 3 enkla steg
- Val av referensnod
- Spänningskällor mellan essentiella noder: ***Supernod***

Vi kan nu analysera alla (linjära) kretsar!