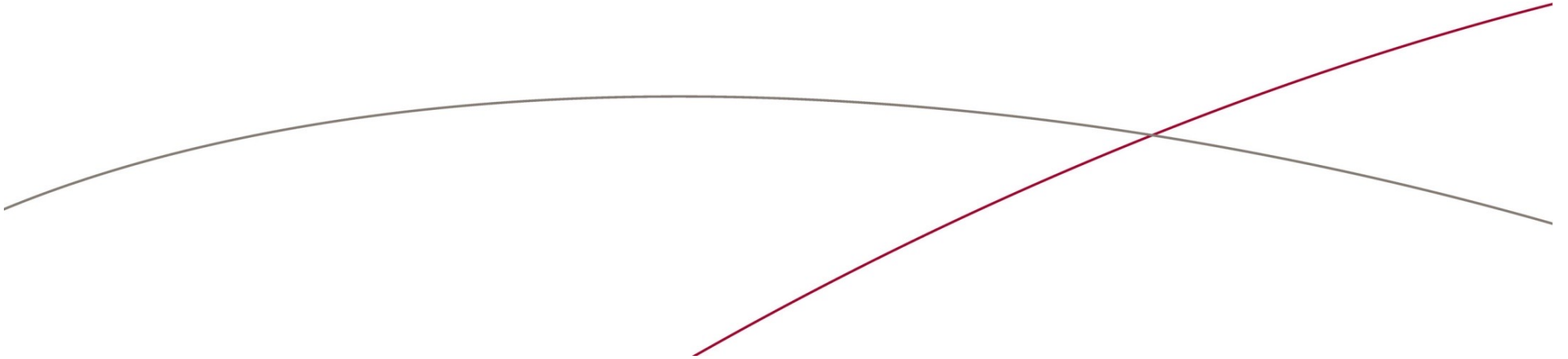




Digitala system EITA15

Elektro- och informationsteknik
Boolesk algebra



Boolesk algebra

- Abstrakt algebraiskt system
- Definitioner
 - Konstanter 0 (falskt) 1 (sant)
 - Operationer + (eller) * (och) ' (icke)
 - Axiom
 - $0+0 = 0$
 - $1+1 = 1$
 - $1*1 = 1$
 - $0*0 = 0$
 - $0+1 = 1+0 = 1$
 - $1*0 = 0*1 = 0$
 - $0' = 1$
 - $1' = 0$



Räknelagar en variabel

$$x+x = x$$

$$x*x = x$$

$$x+x' = 1$$

$$x*x' = 0$$

$$x+1 = 1$$

$$x*0 = 0$$

$$x+0 = x$$

$$x*1 = x$$

$$(x')' = x$$



Flera variabler

$$x+(y+z) = (x+y)+z$$
$$x(yz) = (xy)z$$

associativa

$$x+y = y+x$$
$$xy = yx$$

kommutativa

$$x(y+z) = xy +xz$$
$$x+yz = (x+y)(x+z)$$

distributiva

$$x+xy = x$$
$$x(x+y) = x$$

absorptions (s 107)



Flera

$$\begin{aligned} xy + x'z &= xy + x'z + yz \\ (x+y)(x'+z) &= (x+y)(x'+z)(y+z) \quad \text{consensus} \end{aligned}$$

om i en summa av två produkter, finns en variabel som är ickeinvers i den ena och invers i den andra, så får man addera produkten av de övriga variablerna (yz)

Ex,

$$\begin{aligned} yz' + xyz + x'z &= \\ yz' + xyz + x'z + \mathbf{xyy} + \mathbf{yx'} + yzz &= \quad (\text{alla consensiuftermer}) \\ yz' + xyz + x'z + xy + x'y + yz &= \quad (yy = y \text{ och } zz = z) \\ yz' + x'z + xy + x'y + yz &= \quad (xyz + xy = xy) \text{ (absorption)} \\ yz' + x'z + y(x + x') + yz &= \quad (x + x' = 1) \\ yz' + x'z + y + yz &= \quad (yz' + yz = y \text{ och } y + y = y) \\ x'z + y &= \end{aligned}$$



Annat sätt att angripa

- Förenkla $YZ'+XYZ+X'Z$
- $YZ'+XYZ+X'Z =$
- $YZ'+XYZ+X'Z+YZ =$ (consensus + absorption)
- $YZ'+XYZ+X'Z+YZ =$ ($..YZ(X+1).. \Rightarrow .. YZ..$)
- $YZ'+X'Z+YZ =$
- $Y(Z'+Z)+X'Z =$ ($..(Z'+Z).. \Rightarrow ..1..$)
- $Y+X'Z$
- Förenkling ger $YZ'+XYZ+X'Z = Y+X'Z$



Flera

$$(x+y)' = x'y'$$

$$(xy)' = x'+y'$$

De Morgan

- Invers utanför en parantes får "flyttas" in på enskild variabel om man samtidigt byter operationen + (OR) mot . (AND) eller tvärtom.



exempel

- $z'(1+zx) = z'*1 + z'zx = z' + 0x = z'$

- Visa att $x + x'y = x+y$

$$x+x'y = x*1 + x'y =$$

$$x +x'y +y = \text{(consensus)}$$

$$x + y \quad \text{(absorption)}$$

