Svar till övning 5 i Dator- och telekommunikation, 2014

Några beteckningar som används nedan:

$E(T_B)$ = medelväntetiden i bufferten

$E(N_B)$ = medelantal kunder i bufferten

$E(N_S)$ = medelantal kunder i betjänaren (S = server)

Uppgift 1

a) $E(T_B) = E(T) - \bar{x} = 2 - 1 = 1\,\text{ms}$

b) $E(N_B) = \lambda \cdot E(T_B) = 500 \cdot 0.001 = 0{,}5$

c) Vi måste börja med att beräkna konstanten C i den givna formeln för $E(T)$. Vi vet att om $\lambda = 500$ s^{-1} så blir $E(T) = 0{,}002$ s, vilket ger

$$0{,}002 = 0{,}001 + C \cdot \frac{500}{1000 - 500} \Rightarrow C = 0{,}001$$

Sedan sätter vi in $\lambda = 800$ får vi

$$E(T) = 0{,}001 + 0{,}001 \cdot \frac{800}{1000 - 800} = 0{,}005\,\text{s} = 5\,\text{ms}$$

Uppgift 2

a) Littles sats ger:

$$E(T_B) = \frac{E(N_B)}{\lambda} = 0{,}02\,\text{s}$$

b) $E(T) = E(T_B) + x = 0{,}02 + 0{,}0005 = 0{,}0205$ s

c) Vi använder återigen Littles sats:

$$E(N) = \lambda \cdot E(T) = 1000 \cdot 0.0205 = 20{,}5$$

d) Vi börjar med att beräkna konstanten C genom att utnyttja att när $\lambda = 1000$ så är $E(T) = 0{,}0202$. Det ger:

$$0{,}0205 = 0{,}0005 + C \cdot \frac{1000}{2000 - 1000} \Rightarrow C = 0{,}02$$

Därefter beräknar vi medeltiden i systemet då $\lambda = 1800$:

$$E(T) = 0{,}0005 + 0{,}02 \cdot \frac{1800}{2000 - 1800} = 0{,}1805$$

Medeltiden som en kund tillbringar i bufferten blir då:

$$E(T_B) = E(T) - \bar{x} = 0{,}1805 - 0{,}0005 = 0{,}18$$

Slutligen använder vi Littles sats för att beräkna medelantal kunder i bufferten:

$$E(N_B) = \lambda \cdot E(T_B) = 1800 \cdot 0{,}18 = 324$$

Uppgift 3

a) Vi kan betrakta betjänaren som ett system och tillämpa Littles sats på den. Medeltiden som en kund tillbringar i betjänaren är ju detsamma som medelbetjäningstiden. Det ger:

$$E(N_S) = \lambda \cdot \bar{x} = 0{,}8 \cdot 1 = 0{,}8$$

b) Först beräknar man medelantal kunder i bufferten:

$$E(N_B) = E(N) - E(N_S) = 10 - 0{,}8 = 9{,}2$$

Därefter kan vi använda Littles sats för att bestämma medeltiden i bufferten:

$$E(T_B) = \frac{E(N_B)}{\lambda} = \frac{9{,}2}{0{,}8} = 11{,}5 \text{ s}$$

c) Eftersom kunder börjar spärras så minskar det.

Uppgift 4

a) Det är ett system som best år av oändligt många betjänare. Man kan se det som att alla som kommer till systemet fördröjs en betjäningstid.

b) Det finns två departure-händelser i händelselistan så det finns alltså två kunder i systemet. När vi börjar ser det ut så här:

time = ??? (vet vi ej)
NumberInSystem = 2
Händelselista = (Arrival 5) (Measurement 6) (Departure 9) (Departure 10)

Efter den första händelsen:

time = 5
NumberInSystem = 3
Händelselista = (Measurement 6) (Departure 7) (Departure 9) (Arrival 9,5) (Departure 10)

Efter den andra händelsen:

time = 6
NumberInSystem = 3
Händelselista = (Departure 7) (Departure 9) (Arrival 9,5) (Departure 10) (Measurement 16)

Efter den tredje händelsen:

time = 7
NumberInSystem = 2
Händelselista = (Departure 9) (Arrival 9,5) (Departure 10) (Measurement 16)

Efter den fjärde händelsen:

time = 9
NumberInSystem = 1
Händelselista = (Arrival 9,5) (Departure 10) (Measurement 16)

c) Medeltiden i systemet är alltid en medelbetjäningstid eftersom det finns oändligt många betjänare. Inga spärras och vi kan använda Littles sats:

$$E(N) = \lambda \cdot E(T) = \frac{1}{4{,}5} \cdot 4 \approx 0{,}9$$

I koden ser vi att tiden mellan ankomster alltid är 4,5, vilket innebär att ankomstintensiteten är 1/4,5.

Uppgift 5

a) Förslagsvis räcker det med `N` = antal kunder i buffert + betjänaren. Vi använder också två variabler `AntalSpärrade` och `AntalSomKommit` som inte direkt beskriver systemet men som vi använder för att mäta.

b) Arrival, Departure och Measurement.

c)
```
Arrival:
   if (N == 0) lägg in en Departure vid tiden time + 1;
   if (N < 21)
      N++;
   else
      AntalSpärrade++;
   AntalSomKommit++;
   lägg in en ny Arrival vid tiden time + timeToNextArrival();

Departure:
   N--;
   if (N > 0) lägg in en Departure vid tiden time +1;

Measure:
   Skriv ut N på fil eller spara undan på något vis;
   Lägg in en ny Measure vid tiden time + timeToNextMeasure();
```

När sedan simuleringsprogrammet har gått färdigt så kan man beräkna spärrsannolikheten som `AntalSpärrade/AntalSomKommit`.

Uppgift 6

a) N1 = antal kunder i första kösystemet (buffert + betjänare) och N2 = antal i andra kösystemet.

b) Arrival, Departure1, Departure2, Measurement

c) Arrival:
   if (N 1== 0) lägg in en Departure1 vid tiden time + betjäningstid första systemet;
   N1++;
   lägg in en Arrival vid tiden time + tiden till nästa ankomst;

```
Departure1:
  N1--;
  if (N1  > 0) lägg in en Departure1 vid tiden time + betjäningstid första systemet;
  if (N2 == 0) lägg in en Departure2 vid tiden time + betjäningstid i andra systemet;
  N2++;

Departure2:
  N2--;
  if (N2 > 0) lägg in en Departure 2 vid tiden time + betjäningstid i andra systemet;

Measure:
  Skriv ut resultatet på fil;
  Lägg in en ny Measure vid tiden time + tiden till nästa mätning;
```