

Svar till övning 5 i Dator- och telekommunikation, 2013

Några beteckningar som används nedan:

$E(T_B)$ = medelväntetiden i bufferten

$E(N_B)$ = medelantal kunder i bufferten

$E(N_S)$ = medelantal kunder i betjänares (S = server)

Uppgift 1

a) $E(T_B) = E(T) - \bar{x} = 2 - 1 = 1 \text{ ms}$

b) $E(N_B) = \lambda \cdot E(T_B) = 500 \cdot 0.001 = 0,5$

c) Vi måste börja med att beräkna konstanten C i den givna formeln för $E(T)$. Vi vet att om $\lambda = 500 \text{ s}^{-1}$ så blir $E(T) = 0,002 \text{ s}$, vilket ger

$$0,002 = 0,001 + C \cdot \frac{500}{1000 - 500} \Rightarrow C = 0,001$$

Sedan sätter vi in $\lambda = 800$ får vi

$$E(T) = 0,001 + 0,001 \cdot \frac{800}{1000 - 800} = 0,005 \text{ s} = 5 \text{ ms}$$

Uppgift 2

a) Littles sats ger:

$$E(T_B) = \frac{E(N_B)}{\lambda} = 0,02 \text{ s}$$

b) $E(T) = E(T_B) + x = 0,02 + 0,0005 = 0,0205 \text{ s}$

c) Vi använder återigen Littles sats:

$$E(N) = \lambda \cdot E(T) = 1000 \cdot 0.0205 = 20,5$$

- d) Vi börjar med att beräkna konstanten C genom att utnyttja att när $\lambda = 1000$ så är $E(T) = 0,0202$. Det ger:

$$0,0205 = 0,0005 + C \cdot \frac{1000}{2000 - 1000} \Rightarrow C = 0,02$$

Därefter beräknar vi medeltiden i systemet då $\lambda = 1800$:

$$E(T) = 0,0005 + 0,02 \cdot \frac{1800}{2000 - 1800} = 0,1805$$

Medeltiden som en kund tillbringar i bufferten blir då:

$$E(T_B) = E(T) - \bar{x} = 0,1805 - 0,0005 = 0,18$$

Slutligen använder vi Littles sats för att beräkna medelantal kunder i bufferten:

$$E(N_B) = \lambda \cdot E(T_B) = 1800 \cdot 0,18 = 324$$

Uppgift 3

- a) Vi kan betrakta betjänares som ett system och tillämpa Littles sats på den. Medeltiden som en kund tillbringar i betjänares är ju detsamma som medelbetjäningstiden. Det ger:

$$E(N_S) = \lambda \cdot \bar{x} = 0,8 \cdot 1 = 0,8$$

- b) Först beräknar man medelantal kunder i bufferten:

$$E(N_B) = E(N) - E(N_S) = 10 - 0,8 = 9,2$$

Därefter kan vi använda Littles sats för att bestämma medeltiden i bufferten:

$$E(T_B) = \frac{E(N_B)}{\lambda} = \frac{9,2}{0,8} = 11,5 \text{ s}$$

- c) Eftersom kunder börjar spärras så minskar det.

Uppgift 4

- a) Det är ett system som består av oändligt många betjänare. Man kan se det som att alla som kommer till systemet fördröjs en betjäningstid.
- b) Det finns två departure-händelser i händelselistan så det finns alltså två kunder i systemet. När vi börjar ser det ut så här:

time = ??? (vet vi ej)

NumberInSystem = 2

Händelselista = (Arrival 5) (Measurement 6) (Departure 9) (Departure 10)

Efter den första händelsen:

time = 5

NumberInSystem = 3

Händelselista = (Measurement 6) (Departure 7) (Departure 9) (Arrival 9,5) (Departure 10)

Efter den andra händelsen:

time = 6

NumberInSystem = 3

Händelselista = (Departure 7) (Departure 9) (Arrival 9,5) (Departure 10) (Measurement 16)

Efter den tredje händelsen:

time = 7

NumberInSystem = 2

Händelselista = (Departure 9) (Arrival 9,5) (Departure 10) (Measurement 16)

Efter den fjärde händelsen:

time = 9

NumberInSystem = 1

Händelselista = (Arrival 9,5) (Departure 10) (Measurement 16)

- c) Medeltiden i systemet är alltid en medelbetjäningstid eftersom det finns oändligt många betjänare. Inga spärras och vi kan använda Littles sats:

$$E(N) = \lambda \cdot E(T) = \frac{1}{4,5} \cdot 4 \approx 0,9$$

I koden ser vi att tiden mellan ankomster alltid är 4,5, vilket innebär att ankomstintensiteten är 1/4,5.

Uppgift 5

a) Förslagsvis räcker det med N = antal kunder i buffert + betjänaaren. Vi använder också två variabler `AntalSpärrade` och `AntalSomKommit` som inte direkt beskriver systemet men som vi använder för att mäta.

b) Arrival, Departure och Measurement.

c) Arrival:

```
if (N == 0) lägg in en Departure vid tiden time + 1;
if (N < 21)
    N++;
else
    AntalSpärrade++;
    AntalSomKommit++;
lägg in en ny Arrival vid tiden time + timeToNextArrival();
```

Departure:

```
N--;
if (N > 0) lägg in en Departure vid tiden time +1;
```

Measure:

```
Skriv ut N på fil eller spara undan på något vis;
Lägg in en ny Measure vid tiden time + timeToNextMeasure();
```

När sedan simuleringsprogrammet har gått färdigt så kan man beräkna spärrsannolikheten som `AntalSpärrade/AntalSomKommit`.

Uppgift 6

a) $N1$ = antal kunder i första kösystemet (buffert + betjänaare) och $N2$ = antal i andra kösystemet.

b) Arrival, Departure1, Departure2, Measurement

c) Arrival:

```
if (N1 == 0) lägg in en Departure1 vid tiden time + betjäningstid första systemet;
N1++;
lägg in en Arrival vid tiden time + tiden till nästa ankomst;
```

Departure1:

N1--;

if (N1 > 0) lägg in en Departure1 vid tiden time + betjäningstid första systemet;

if (N2 == 0) lägg in en Departure2 vid tiden time + betjäningstid i andra systemet;

N2++;

Departure2:

N2--;

if (N2 > 0) lägg in en Departure 2 vid tiden time + betjäningstid i andra systemet;

Measure:

Skriv ut resultatet på fil;

Lägg in en ny Measure vid tiden time + tiden till nästa mätning;