

Föreläsning 3, Kösystem våren 2008

Här nedan följer de viktigaste allmänna begreppen för kösystem som jag pratade om under föreläsningen. Se övningarna för att se hur man räknar med dem.

Little's sats

Little's sats är ett mycket användbart och enkelt samband. Antag att vi har ett system av något slag och att

N = antal kunder i systemet

T = tiden som en kund tillbringar i systemet

λ_{eff} = hur många kunder per sekund som får komma in i systemet

Om inga kunder vare sig skapas eller förstörs inne i systemet så gäller att

$$E(N) = E(T) \cdot \lambda_{eff}$$

Beräkning av λ_{eff} och spärr för en markovsk kö

Om kösystemet har ett oändligt antal köplatser så blir det ingen spärr och i detta fall är $\lambda_{eff} = \lambda$ och $P(\text{spärr}) = 0$. Om systemet har ett ändligt antal platser, säg n , och om ankomstintensiteten när det finns k kunder i systemet är λ_k så blir

$$\lambda_{eff} = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k p_k$$

Observera att summan bara tas över de tillstånd där det inte råder spärr. Det är ju bara i de tillstånden som kunder släpps in. Om alla $\lambda_k = \lambda$ så blir

$$\lambda_{eff} = \lambda \sum_{k=0}^{n-1} p_k = \lambda(1 - p_n)$$

Spärrsannolikheten får vi som

$$P(\text{spärr}) = \frac{\lambda_n p_n}{\sum_{k=0}^n \lambda_k p_k}$$

Om alla $\lambda_k = \lambda$ så blir $P(\text{spärr})$ betydligt enklare:

$$P(\text{spärr}) = \frac{\lambda p_n}{\sum_{k=0}^n \lambda p_k} = \frac{p_n}{\sum_{k=0}^n p_k} = p_n$$

Detta beror på att $\sum_{k=0}^n p_k = 1$, summan av alla sannolikheter blir ju 1.

En terminologi som är en smula förvirrande men som ändå används ibland är att $P(\text{spärr})$ kallas **anropsspärr** och att p_n kallas **tidsspärr**.